

Pengkelasan dengan Logika Fuzzy

NAZARUDDIN

FMIPA Universitas Syiah Kuala
Jl. Syech Abdul Rauf No. 3 Darussalam, Banda Aceh

ABSTRAK

Pengkelasan atau pengelompokan suatu objek dapat ditentukan melalui suatu model matematika. Tulisan ini mengkaji tentang pengkelasan dengan menggunakan logika fuzzy. Proses ini memakai 17 aturan fuzzy untuk 3 metode, yaitu Centroid (Composite Moment), Bisector, dan Mean of Maximum (MoM). Data yang digunakan adalah data mahasiswa S-1 Matematika Universitas Syiah Kuala. Nilai prediksi yang diperoleh dibandingkan dengan nilai yang sebenarnya. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa metode Mean of Maximum (MoM) tidak lebih baik dibanding dengan dua metode lain, yaitu Centroid (Composite Moment), Bisector, jika dilihat dari persentase kesalahan dalam pengkelasan objek. Setiap metode memiliki tingkat kesalahan sebesar 25% dari 20 objek yang digunakan.

Kata Kunci: aturan Mamdani, logika fuzzy, pengkelasan.

1. PENDAHULUAN

Hubungan linier fungsional antara beberapa peubah bebas dan peubah tak bebas dapat menggunakan model regresi linier berganda. Hal ini sudah sangat umum dilakukan. Seiring dengan perkembangan teori himpunan fuzzy, hubungan linier ini sudah juga dikaji dengan menggunakan teori fuzzy. Dalam beberapa tulisan pengkajian ini dinamakan dengan regresi berganda dengan peubah fuzzy. Bargiela *et al* (2007) menyatakan model regresi yang didasarkan pada data fuzzy memiliki keuntungan yang besar dalam pola data yang umum jika dibandingkan dengan data numerik.

Data peubah tak bebas dalam suatu model regresi dapat berskala kontinu ataupun tak kontinu. Skala tak kontinu biasanya dinamakan dengan skala katagori (nominal ataupun ordinal). Dalam kasus peubah tak bebas yang katagorik, biasanya regresi logistik menjadi pilihan. Dalam sudut pandang yang lain, kasus ini juga dapat dianggap sebagai pengkelasan suatu objek. Misalkan jika suatu objek dengan keadaan tertentu (peubah bebas) maka objek tersebut akan masuk ke katagori tertentu (peubah tak bebas) pula.

Lama studi merupakan salah satu indikator dalam penilaian akreditasi suatu program studi. Lama studi seorang mahasiswa dianggap dipengaruhi oleh Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) dan lama waktu yang dibutuhkan dalam penyusunan Tugas Akhirnya. Data yang digunakan adalah data mahasiswa S-1 Matematika Universitas Syiah Kuala. Dalam hal ini, lama studi diasumsikan sebagai peubah tak bebas sedangkan peubah-peubah lain sebagai peubah bebas.

Tujuan penulisan ini adalah untuk membandingkan 3 metode logika fuzzy dalam aturan Mamdani dengan menggunakan data lulusan mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Syiah Kuala serta menerapkannya dalam kasus pengkelasan objek.

2. DATA DAN METODE ANALISA

Penelitian ini menggunakan data mahasiswa Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Syiah Kuala angkatan (tahun masuk) 2006. Data ini digunakan untuk mengetahui kesalahan prediksi dengan menggunakan 3 metode dari logika fuzzy untuk aturan Mamdani. Peubah yang dilibatkan dalam penelitian ini sebanyak 3 buah. Peubah yang dimaksudkan adalah peubah lama studi sebagai peubah Y serta dua peubah yaitu peubah lama skripsi dan Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) masing-masing sebagai peubah X_1 dan X_2 . Jumlah mahasiswa yang diambil sebagai sampel adalah 20 orang. Data tersebut selengkapnya disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1.
Data Sampel

X_1	X_2	Y
5	3.53	49
4	3.10	50
5	3.21	50
6	3.38	50
6	3.00	51
7	3.16	52
7	3.22	52
7	3.17	52
7	3.13	52
7	2.97	52
8	3.24	52
7	3.24	52
8	3.20	53
4	2.76	58
1	2.74	58
2	2.93	58
5	2.92	59
7	2.87	70
10	2.75	80
13	2.54	83

Pendugaan peubah Y dilakukan melalui 3 metode. Ketiga metode itu adalah Centroid (Composite Moment), Bisector, dan Mean of Maximum (MoM). Adapun fungsi keanggotaan masing-masing peubah terdiri dari fungsi keanggotaan trapesium dan segitiga.

Evaluasi didasarkan kepada kesalahan prediksi yang dihasilkan baik berupa galat maupun berupa katagori pengkelasan. Metode yang galat absolutnya paling kecil dan persentase ketepatan pengkelasan yang besar, dianggap sebagai metode yang lebih baik. Pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan perangkat lunak MATLAB 7.0

3. FUNGSI KEANGGOTAAN

Fungsi keanggotaan dalam himpunan fuzzy terdapat dalam selang antara 0 dan 1. Fungsi keanggotaan dalam sistem fuzzy ada beberapa macam. Fungsi keanggotaan yang paling sederhana adalah fungsi keanggotaan linier dan segitiga. Di samping itu terdapat juga fungsi keanggotaan trapesium, Gauss, Cauchy, Sigmoid, dan lain-lain. Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi keanggotaan segitiga dan trapesium.

Peubah X_1 dibagi menjadi 3 katagori, yaitu cepat, sedang, dan lama. Hal yang sama juga dilakukan untuk peubah X_2 , yaitu rendah, standar, dan tinggi. Sementara tiga katagori untuk peubah Y adalah cepat, normal, dan lama. Secara keseluruhan terdapat 9 fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini. Adapun semua fungsi keanggotaan tersebut adalah sebagai berikut.

$$\mu_{CEPAT}(X_1) = \begin{cases} 1 & ; X_1 \leq 2 \\ \frac{6 - X_1}{4} & ; 2 \leq X_1 \leq 6 \\ 0 & ; X_1 \geq 6 \end{cases}$$

$$\mu_{SEDANG}(X_1) = \begin{cases} \frac{X_1 - 4}{2} & ; 4 \leq X_1 \leq 6 \\ \frac{8 - X_1}{2} & ; 6 \leq X_1 \leq 8 \\ 0 & ; X_1 \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$\mu_{LAMA}(X_1) = \begin{cases} 0 & ; X_1 \leq 6 \\ \frac{X_1 - 6}{6} & ; 6 \leq X_1 \leq 12 \\ 1 & ; X_1 \geq 12 \end{cases}$$

$$\mu_{RENDAH}(X_2) = \begin{cases} 1 & ; X_2 \leq 2.75 \\ \frac{3.125 - X_2}{0.375} & ; 2.75 \leq X_2 \leq 3.125 \\ 0 & ; X_2 \geq 3.125 \end{cases}$$

$$\mu_{STANDAR}(X_2) = \begin{cases} \frac{X_2 - 2.75}{0.375} & ; 2.75 \leq X_2 \leq 3.125 \\ \frac{3.51 - X_2}{0.375} & ; 3.125 \leq X_2 \leq 3.51 \\ 0 & ; X_2 \text{lainnya} \end{cases}$$

$$\mu_{TINGGI}(X_2) = \begin{cases} 0 & ; X_2 \leq 3.125 \\ \frac{X_2 - 3.125}{0.375} & ; 3.125 \leq X_2 \leq 3.51 \\ 1 & ; X_2 \geq 3.51 \end{cases}$$

$$\mu_{CEPAT}(Y) = \begin{cases} 1 & ; Y \leq 48 \\ \frac{60 - Y}{12} & ; 48 \leq Y \leq 60 \\ 0 & ; Y \geq 60 \end{cases}$$

$$\mu_{NORMAL}(Y) = \begin{cases} \frac{Y - 48}{12} & ; 48 \leq Y \leq 60 \\ \frac{72 - Y}{12} & ; 60 \leq Y \leq 72 \\ 0 & ; Y \text{lainnya} \end{cases}$$

$$\mu_{LAMA}(Y) = \begin{cases} 0 & ; Y \leq 72 \\ \frac{Y - 72}{12} & ; 72 \leq Y \leq 84 \\ 1 & ; Y \geq 84 \end{cases}$$

4. ATURAN FUZZY

Logika fuzzy merupakan suatu wilayah aplikasi dalam teori himpunan fuzzy. Penggunaan konsep, prinsip dan metode dalam logika fuzzy ini dilakukan untuk merumuskan berbagai format yang mendekati dalam mengambil keputusan (Wibisono, 2008). Aplikasi operator fuzzy dalam tulisan ini menggunakan 17 aturan fuzzy. Adapun aturan fuzzy tersebut tersusun sebagai berikut:

- R1. Jika X_1 adalah cepat dan X_2 adalah rendah maka Y adalah normal
- R2. Jika X_1 adalah cepat dan X_2 adalah standar maka Y adalah cepat
- R3. Jika X_1 adalah cepat dan X_2 adalah standar maka Y adalah normal
- R4. Jika X_1 adalah cepat dan X_2 adalah tinggi maka Y adalah cepat
- R5. Jika X_1 adalah cepat dan X_2 adalah tinggi maka Y adalah normal
- R6. Jika X_1 adalah sedang dan X_2 adalah rendah maka Y adalah normal
- R7. Jika X_1 adalah sedang dan X_2 adalah rendah maka Y adalah lama
- R8. Jika X_1 adalah sedang dan X_2 adalah standar maka Y adalah cepat
- R9. Jika X_1 adalah sedang dan X_2 adalah standar maka Y adalah lama
- R10. Jika X_1 adalah sedang dan X_2 adalah tinggi maka Y adalah cepat
- R11. Jika X_1 adalah sedang dan X_2 adalah tinggi maka Y adalah normal
- R12. Jika X_1 adalah lama dan X_2 adalah rendah maka Y adalah normal
- R13. Jika X_1 adalah lama dan X_2 adalah rendah maka Y adalah lama
- R14. Jika X_1 adalah lama dan X_2 adalah standar maka Y adalah normal
- R15. Jika X_1 adalah lama dan X_2 adalah standar maka Y adalah lama
- R16. Jika X_1 adalah lama dan X_2 adalah tinggi maka Y adalah normal
- R17. Jika X_1 adalah lama dan X_2 adalah tinggi maka Y adalah lama

5. Nilai Dugaan Peubah Y

Optimasi nilai peubah Y atau dugaan nilai Y yang menggunakan metode Centroid, Bisector, dan MoM disajikan dalam tabel di bawah ini. Mamdani (1981) menjelaskan bahwa solusi *crisp* pada metode Centroid diperoleh dengan cara mengambil titik pusat daerah fuzzy.

Secara umum, solusi *crisp* untuk peubah yang kontinu dapat dirumuskan:

$$y = \frac{\int_y y\mu(y)dy}{\int_y \mu(y)dy}$$

Solusi *crisp* dalam metode Bisector diambil nilai pada domain fuzzy yang memiliki nilai keanggotaan setengah dari total nilai keanggotaan pada daerah fuzzy. Secara umum solusi *crisp*-nya dapat ditulis:

$$y_p \ni \int_{x_1}^p \mu(y)dy = \int_p^{x_n} \mu(y)dy$$

Sedangkan untuk metode MoM, solusi *crisp*-nya diperoleh dengan cara mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan maksimum.

Nilai prediksi dari ketiga metode ini disajikan dalam tabel berikut ini.

Tabel 2.
Nilai Prediksi Y

Sampel	Centroid	Bisector	MoM
1	55.5	55.4	54.0
2	57.3	56.7	54.4
3	55.5	55.4	54.0
4	55.0	55.0	52.7
5	59.8	58.8	52.7
6	58.5	57.5	54.0
7	58.5	57.5	54.0
8	58.5	57.5	54.0
9	58.5	57.5	54.0
10	62.0	61.3	54.0
11	67.1	67.2	68.0
12	58.5	57.5	54.0
13	67.1	67.2	68.0
14	63.0	63.0	62.7
15	61.9	60.5	47.4
16	62.8	62.6	61.9
17	63.3	63.0	69.1
18	64.5	64.7	69.1
19	67.9	67.2	70.3
20	68.3	67.2	84.0

Sedangkan nilai galat mutlak dari pendugaan nilai peubah Y untuk masing-masing metode yang digunakan, disajikan dalam Tabel 3.

Metode MoM memiliki nilai galat mutlak yang relatif lebih kecil apabila dibandingkan dengan dua metode lainnya. Hal ini terlihat pada tabel di atas. Sebelum nilai galat ini diambil nilai mutlaknya, maka jumlah galat untuk metode Centroid, Bisector, dan MoM berturut-turut adalah sebesar -91, -80, dan -59 dengan standar deviasi masing-masing adalah 7.34, 7.48, dan 6.27. Jadi secara standar deviasi pun, metode MoM memberikan hasil yang lebih sedikit dibanding dengan dua metode lainnya.

Selanjutnya dilakukan evaluasi terhadap pengkelasan dari masing-masing objek atau sampel. Sampel yang masuk dalam dalam katagori cepat hanya 1, yaitu sampel nomor urut 1. Sampel yang masuk dalam katagori lama sebanyak 4, yaitu sampel nomor urut 15, 18, 19, dan 20. Sedangkan yang lainnya masuk dalam katagori normal.

Tabel 3.
Nilai Galat Mutlak

Sampel	Centroid	Bisector	MoM
1	7	6	5
2	7	7	4
3	6	5	4
4	5	5	3
5	9	8	2
6	7	6	2
7	7	6	2
8	7	6	2
9	7	6	2
10	10	9	2
11	15	15	16
12	7	6	2
13	14	14	15
14	5	5	5
15	4	3	11
16	5	5	4
17	4	4	10
18	6	5	1
19	12	13	10
20	15	16	1

Evaluasi ini dilakukan dengan cara memasukkan kembali nilai prediksi Y yang diperoleh dari masing-masing metode ke dalam fungsi keanggotaan untuk peubah Y . Derajat keanggotaan yang paling tinggi di antara ketiga katagori (cepat, normal, dan lama) diambil sebagai indikator pengkelasan. Misalkan untuk metode Centroid, telah diperoleh nilai Y prediksinya untuk objek atau sampel pertama sebesar 55.5. Nilai ini kemudian dimasukkan ke dalam fungsi keanggotaan dari peubah Y , maka diperoleh derajat keanggotaannya masing-masing adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mu_{CEPAT}(Y) &= 0.375 \\ \mu_{NORMAL}(Y) &= 0.625 \\ \mu_{LAMA}(Y) &= 0 \end{aligned}$$

Berarti objek atau sampel pertama ini, menurut prediksi termasuk dalam katagori normal.

Hal yang sama dilakukan juga untuk semua objek atau sampel yang lain. Diperoleh bahwa untuk metode Centroid dan Bisector semua objek masuk ke dalam katagori normal. Artinya untuk kedua metode ini terjadi kesalahan sebanyak 25 persen. Hal ini karena dalam data sebenarnya, objek yang masuk dalam katagori normal hanya 15 saja atau dengan kata lain ada kesalahan sebanyak 5 objek.

Sedangkan untuk metode MoM hasil pengkelasan ini sedikit variatif. Katagori cepat ada 4 objek dan katagori lama ada 1 objek. Sementara 15 objek lainnya masuk dalam katagori normal. Namun demikian, secara persentase kesalahan metode ini tidak lebih baik jika dibandingkan dengan dua metode lainnya.

6. SIMPULAN

Evaluasi terhadap pengkelasan suatu objek atau sampel telah dilakukan dengan logika fuzzy aturan Mamdani. Tiga metode dan 17 aturan fuzzy digunakan untuk data mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Syiah Kuala. Beberapa hal yang dapat disimpulkan sehubungan dengan evaluasi ini, yaitu:

- 1) Ditinjau dari jumlah dan standar deviasi galat terhadap masing-masing metode, maka metode MoM relatif lebih baik untuk data ini dibanding dengan metode Centroid dan metode Bisector karena jumlah dan standar deviasi galatnya lebih kecil.

- 2) Dalam penerapan terhadap data ini, metode MoM tidak lebih baik dibanding dengan dua metode lain, jika dilihat dari persentase kesalahan dalam pengkelasan objek.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Bargiela, A., Pedrycz, W., dan Nakashima, T. (2007). Multiple Regression with Fuzzy Data. *Fuzzy Sets and System* 158: 2169-2188
- [2]. Gottwald, S. (1993). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Foundations of Application from a Mathematical Point of View*. Vieweg, Wiesbaden
- [3]. Mamdani. (1981). *Fuzzy Resoning and It's Application*. London Academic, London
- [4]. Susilo, F.S. (2006). *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Graha Ilmu, Yogyakarta
- [5]. Wibisono, S. (2008). *Matematika Diskrit Edisi 2*. Graha Ilmu, Yogyakarta.