

PROGRAM LINEAR MULTI-OBJECTIVE DENGAN FIXED-WEIGHT METHOD

¹ Fhani Mulyani Zenis, ² M. Yusuf Fajar ³ Dr. Yani Ramdani, Dra., M.Pd.

^{1,2,3}Jurusan Matematika, Universitas Islam Bandung, Jl. Tamansari No. 1 Bandung 40116
e-mail : ¹ fhani.mulyani@gmail.com, ² myusuffajar@yahoo.com, ³ yani_ramdani@ymail.com

Abstrak. Program linear multi-objective merupakan pengembangan dari program linear biasa yang banyak digunakan dalam persoalan Program Linear yang memiliki fungsi tujuan lebih dari satu dan akan dioptimalkan secara bersamaan. Pada umumnya, masalah optimasi di dunia nyata memiliki multi-objective yang diselesaikan secara simultan dan seringkali fungsi-fungsi tersebut saling bertentangan. Untuk memformulasikan Program Linear Multi-Objective ke dalam bentuk persoalan Program Linear digunakan fixed-weight method yang melalui cara pembobotan. Program Linear Multi-Objective dengan dua fungsi tujuan yang berbentuk $z_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$ dan $z_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2$ diubah menjadi $wz = w_1z_1 + w_2z_2$. Sedangkan Program Linear Multi-Objective dengan tiga fungsi tujuan yang berbentuk $z_1 = c_{11}x_1 + c_{12}x_2$, $z_2 = c_{21}x_1 + c_{22}x_2$ dan $z_3 = c_{31}x_1 + c_{32}x_2$ diubah menjadi $wz = w_1z_1 + w_2z_2 + w_3z_3$ dengan penentuan bobot (w_i) diperoleh dari Dinas Pertanian dan Tanaman Pangan Provinsi Jawa Barat. Program Linear diselesaikan dengan Metode Simpleks sehingga diperoleh solusi optimum dengan nilai masing-masing variabelnya. Berdasarkan hasil informasi dari staf ahli di Dinas Pertanian dan Tanaman Pangan Provinsi Jawa Barat, diperoleh nilai $w_1 = 0.6$ dan $w_2 = 0.4$. Sehingga, fungsi tujuan tunggal memiliki formula Maksimumkan $wz = 10.8x_1 + 7x_2 + 9x_3$. Dengan menggunakan Metode Simpleks, memperoleh hasil yaitu Luas lahan untuk komoditas padi seluas 70.883,60 hektar, luas lahan untuk komoditas kacang tanah seluas 4.448,70 hektar, dan luas lahan untuk komoditas jagung seluas 9.992,70 hektar. Sedangkan nilai keuntungan dari pola tanam tersebut adalah sebesar 886.618,1 juta rupiah.

Kata Kunci: Multi-objective, fixed-weight method, Metode Simpleks

A. Pendahuluan

Lahan merupakan salah satu aset yang terpenting bagi para petani. Apabila suatu lahan memiliki kualitas yang baik, maka akan berpotensi baik juga terhadap kesejahteraan penduduk sekitarnya. Jika suatu lahan digunakan untuk pembangunan non pertanian, maka akan menyebabkan beberapa masalah seperti swasembada pangan, lingkungan, dan ketenagakerjaan. Misalnya, hasil pertanian yang semakin menurun, adanya polusi dari limbah, juga semakin banyaknya pengangguran.

Lahan juga merupakan salah satu faktor produksi yang ketersediaannya menjadi salah satu syarat untuk dapat berlangsungnya proses produksi di bidang pertanian. Pemanfaatan lahan secara produktif sangat menentukan terhadap produktivitas komoditas pertanian, khususnya tanaman pangan, sebagai sumber karbohidrat untuk menjamin ketahanan pangan masyarakat di Jawa Barat.

Pada dasarnya, para petani mengharapkan mendapat penghasilan yang sebesar-besarnya dan pengeluaran yang sekecil-kecilnya. Tetapi hal seperti itu sulit didapatkan keduanya karena masalah tersebut saling bertentangan. Sehingga, jika ingin mendapatkan keuntungan besar, maka biaya yang dikeluarkan besar pula, demikian juga jika ingin mengeluarkan biaya kecil maka keuntungan yang diperoleh akan kecil juga. Oleh karena itu, di cari solusi kompromi sehingga diperoleh solusi yang optimal. Masalah seperti ini disebut sebagai masalah optimasi Program Linear *Multi-Objective*.

Program Linear merupakan suatu alat yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi suatu model linear dengan keterbatasan-keterbatasan sumber daya yang tersedia. Program linear ini digunakan untuk masalah dengan fungsi tujuan yang ingin dioptimalkan. Misalnya, ingin memaksimalkan keuntungan yang diperoleh petani atau ingin meminimalkan biaya yang dikeluarkan petani.

Masalah optimasi tidak hanya memiliki fungsi tujuan tunggal. Jika masalah memiliki fungsi tujuan lebih dari satu, dinamakan dengan masalah optimasi *multi-objective*. Jadi, Optimasi *Multi-Objective* adalah cara dalam pengambilan keputusan, yang berkaitan dengan masalah optimasi matematika yang melibatkan lebih dari satu fungsi tujuan yang akan dioptimalkan secara bersamaan.

Metode yang dapat digunakan dalam optimasi *multi-objective* terdiri dari metode pembobotan, metode jarak, pendekatan kompromi, dan pendekatan *goal programming*. Setiap metode memiliki caranya masing-masing dalam penyelesaiannya. Sedangkan penulis akan membahas dengan menggunakan metode pembobotan.

Metode pembobotan merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengubah fungsi *multi-objective* menjadi fungsi tujuan tunggal. Ada tiga metode penyelesaian dalam pembobotan, yaitu *fixed-weight method*, *random-weight*, dan *adaptive-weight*. Setelah mendapatkan fungsi tujuan tunggal, maka dapat diperoleh solusi yang *feasible*, yang dapat diselesaikan dengan beberapa cara, yaitu metode grafik, metode simpleks, atau algoritma genetika.

Artikel ini akan membahas tentang bagaimana memformulasikan fungsi *multi-objective* menjadi fungsi tujuan tunggal dengan menggunakan *fixed-weight method*. Apabila telah diperoleh fungsi tujuan tunggal, maka penyelesaiannya menggunakan metode simpleks untuk memperoleh hasil yang optimumnya.

B. Landasan Teori

Program Linear adalah suatu cara yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi suatu model linear dengan berbagai tujuan dan kendala yang dihadapinya. Masalah program linear ini berkembang pesat setelah ditemukan suatu metode penyelesaian program linear dengan metode simpleks yang dikemukakan oleh George Dantzig pada tahun 1947. Selanjutnya, berbagai cara dan metode dikembangkan untuk menyelesaikan masalah program linear bahkan sampai pada masalah riset operasi hingga tahun 1950an seperti pemrograman dinamik, teori antrian, dan teori persediaan.

Tujuan utama dari program linear ini adalah menentukan nilai optimum (maksimal/minimal) dari fungsi tujuan yang telah ditetapkan. Secara umum, fungsi pada model ini ada dua macam, yaitu fungsi tujuan dan fungsi pembatas/kendala.

1. Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan/sasaran di dalam program linear yang dimaksudkan untuk menentukan nilai optimum dari fungsi tersebut yaitu nilai maksimal untuk masalah keuntungan dan nilai minimal untuk masalah biaya.
2. Fungsi pembatas merupakan bentuk penyajian secara matematika yang diperlukan berkenaan dengan adanya keterbatasan sumber daya yang tersedia, misalnya jumlah bahan baku yang terbatas, luas wilayah, waktu kerja, jumlah tenaga kerja, luas gudang persediaan.

Seperi yang telah dijelaskan di atas, optimasi program linear memiliki formula sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Fungsi Tujuan} & \text{Max/Min } z = f(x) \\ \text{Dengan kendala} & g_i(x) (\leq) (=) (\geq) b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x \geq 0 \end{array}$$

Untuk memperoleh solusi yang optimum, formula tersebut dapat diselesaikan dengan metode grafik atau metode simpleks. Metode grafik digunakan apabila permasalahan yang diselesaikannya cukup sederhana dan hanya dapat menyelesaikan maksimal 2 variabel. Metode simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat *iteratif*, yang bergerak selangkah demi selangkah, di mulai dari suatu titik ekstrim pada daerah fisibel menuju titik ekstrim yang optimum.

Program linear *Multi-objective* yaitu persoalan program linear yang memiliki fungsi tujuan lebih dari satu. Persoalan program linear *multi-objective* ini terjadi jika beberapa kasusnya terdiri dari beberapa fungsi tujuan yang akan dioptimalkan (maksimum/minimum). Dalam penyelesaiannya, persoalan program linear *multi-objective* harus diubah menjadi persoalan program linear satu tujuan.

Secara matematis, suatu program linear *multi-objective* yang memiliki m fungsi tujuan berbentuk sebagai berikut:

Fungsi Tujuan :

$$\text{Max/Min} \left\{ \begin{array}{l} z_1 = f_1(\mathbf{x}) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + c_{1n}x_n \\ z_2 = f_2(\mathbf{x}) = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + c_{23}x_3 + \dots + c_{2n}x_n \\ z_3 = f_3(\mathbf{x}) = c_{31}x_1 + c_{32}x_2 + c_{33}x_3 + \dots + c_{3n}x_n \\ \vdots \\ z_m = f_m(\mathbf{x}) = c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + c_{m3}x_3 + \dots + c_{mn}x_n \end{array} \right\} \dots(1)$$

Kendala :

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{array}$$

Pembatas tanda $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$

Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan (1) adalah *fixed-weight method* (metode pembobotan). Metode ini diselesaikan dengan cara mencari bobot (w_k) dari masing-masing fungsi tujuan yang bersifat *subyektif*, artinya tergantung kepada pemberi keputusan (*decision maker*) sesuai dengan pengalaman atau kebijakan perusahaan atau instansi terkait.

Setelah mendapatkan bobotnya masing-masing, substitusi bobot tersebut ke dalam formula:

$$\text{Max/Min} \ wz = \sum_{k=1}^m w_k f_k(\mathbf{x})$$

dengan $w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$

Dimana :

w_k = bobot untuk fungsi tujuan ke- k $k = 1, 2, 3, \dots, m$

$f_k(\mathbf{x})$ = fungsi tujuan ke k $k = 1, 2, 3, \dots, m$

Formula di atas dapat diselesaikan untuk mendapatkan solusi optimumnya, karena sudah berbentuk program linear fungsi tujuan tunggal. Selanjutnya, solusi optimum dapat diperoleh dari metode grafik atau metode simpleks.

C. Hasil Penelitian

Berdasarkan angka BPS, luas baku lahan di Sumedang tahun 2012 seluas 152.220 hektar, terdiri dari lahan sawah seluas 33.178 hektar dan lahan kering seluas 119.042 hektar. (sumber : Dinas Pertanian Kab. Sumedang). Seringkali luas lahan akan terjadi

penurunan di setiap tahunnya. Penurunan luas lahan sawah ini salah satunya disebabkan dengan banyaknya lahan pertanian yang mengalami perubahan fungsi menjadi non pertanian, seperti untuk perumahan, pembangunan waduk, bandara Internasional, jalan tol, dan sebagainya. Penurunan luas lahan sawah tersebut harus segera diantisipasi, mengingat produksi padi yang harus terus menerus meningkat sejalan dengan pertumbuhan penduduk, juga tanaman pangan lainnya yang dapat menjadi sumber karbohidrat selain padi, misalnya jagung. Selain kedua bahan pokok di atas, kacang tanah juga merupakan kacang-kacangan kedua terpenting setelah kedelai di Indonesia. Sehingga, ketiga tanaman tersebut merupakan sebagian yang dibutuhkan oleh penduduk. Faktor pupuk, iklim, biaya produksi, curah hujan, dan kesuburan tanah berpengaruh terhadap produksi dan produktivitas tanaman.

Luas panen, Produktivitas, dan Produksi tahun 2012 di Sumedang tiap komoditasnya sesuai dengan tabel 1

Tabel 1: Luas panen, Produktivitas, dan Produksi tahun 2012 di Sumedang

KOMODITAS	JANUARI-DESEMBER		
	LUAS PANEN (ha)	PRODUKTIVITAS (ku/ha)	PRODUKSI (ton)
Padi sawah	69.279	59,28	410.664
Kacang tanah	4.943	10,96	5.419
Jagung	11.103	75,53	81.641

Sumber : Dinas Pertanian Prov. Jawa Barat

Dalam proses pertanian, setiap komoditas memiliki sarana produksinya masing-masing, seperti misalnya pupuk. Terdapat beberapa jenis pupuk yang digunakan dalam penanaman padi sawah, kacang tanah, dan jagung. Ketiga jenis pupuk tersebut disajikan dalam tabel 2 dibawah ini.

Tabel 2: Jenis Pupuk dan Jumlah Biaya yang Dikeluarkan untuk Setiap Komoditas

Jenis Pupuk		Padi Sawah (Rp)	Kacang Tanah (Rp)	Jagung (Rp)
Pupuk Anorganik	Urea	160.000	-	480.000
	NPK	690.000	230.000	-
	TSP	-	-	200.000
	KCl	-	-	250.000
Pupuk Organik		2.000.000	2.000.000	2.000.000
Total		2.850.000	2.230.000	2.930.000

Data untuk biaya pokok dan pendapatan bersih usaha tani dalam tiap komoditasnya untuk hasil per 1 ha disajikan dalam tabel 3 dibawah ini.

Tabel 3: Biaya Pokok dan Pendapatan Bersih Usaha Tani

Hasil per 1 ha

Komoditas	Hasil (kg)	Harga (Rp/Kg)	Nilai Hasil/Prod (Rp)	Total Biaya Prod (Rp)	Biaya Pokok (Rp/Kg)	Pend. Usaha Tani (Rp)	R/C
Padi sawah	6.046	3.370	20.375.020	12.102.500	2.002	8.272.520	1,68
Kacang Tanah	1.515	8.500	12.877.500	8.830.000	5.828	4.047.500	1,46
Jagung	6.423	2.595	16.667.685	10.105.000	1.573	6.562.685	1,65

Sumber : Analisis Biaya Usaha Tani, Dinas Pertanian Prov. Jawa Barat

Dalam usaha pertanian, para petani memiliki pola dalam melakukan penanaman tiap komoditinya. Pola tanam petani dilakukan secara bergilir, sehingga satu tanaman

umumnya ditanam lebih dari satu kali dalam satu tahun. Komoditas padi, kacang tanah, dan jagung dilakukan optimasi berdasarkan luas lahan dan biaya produksi untuk menghasilkan luas lahan tanaman yang tepat sehingga mendapatkan hasil yang optimum.

Fungsi tujuan pertama diperoleh dari Tabel 3, terdapat data nilai hasil/produksi, yaitu Rp 20.375.020,- untuk komoditas padi sawah, Rp 12.877.500,- untuk komoditas kacang tanah, dan Rp 16.667.685,- untuk komoditas jagung. Sedangkan untuk biaya pengeluaran pupuk diperoleh dari tabel 2, padi sawah sebesar Rp 2.850.000,-, kacang tanah sebesar Rp 2.230.000,-, dan jagung sebesar Rp 2.930.000,-.

Formula fungsi tujuan yaitu sebagai berikut :

$$\text{Maksimumkan } z_1 = 20x_1 + 13x_2 + 17x_3 \quad (\text{satuan juta})$$

$$\text{Minimumkan } z_2 = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \quad (\text{satuan juta})$$

z_1 merupakan fungsi tujuan pertama untuk pendapatan yang dimaksimumkan, sedangkan z_2 merupakan fungsi tujuan kedua untuk biaya pupuk yang diminimumkan. Dalam mengubah dua fungsi tujuan menjadi satu fungsi tujuan, harus memiliki satu tujuan maksimum/minimum. Sehingga, dalam hal ini akan memaksimumkan fungsi tujuan, maka fungsi tujuan kedua diubah menjadi maksimum seperti berikut ini :

$$\text{Minimumkan } z_2 = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

Diubah menjadi

$$\text{Maksimumkan } -z_2 = 3x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$z_2 = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

Kendala yang dipakai dalam permasalahan ini yaitu kendala luas lahan dan biaya produksi. Dari penjelasan yang telah diuraikan dapat disimpulkan bahwa formula berbentuk:

$$\text{Maksimumkan } z_1 = 20x_1 + 13x_2 + 17x_3 \quad (\text{satuan juta})$$

$$\text{Maksimumkan } z_2 = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \quad (\text{satuan juta})$$

Dengan kendala

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 85.325$$

$$12x_1 + 9x_2 + 10x_3 \leq 994.292$$

$$x_1 \leq 76.206,9$$

$$x_1 \geq 62.351,1$$

$$x_2 \leq 5.437,3$$

$$x_2 \geq 4.448,7$$

$$x_3 \leq 12.213,3$$

$$x_3 \geq 9.992,7$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Dimana :

x_1 = Luas Lahan Padi Sawah

x_2 = Luas Lahan Kacang Tanah

x_3 = Luas Lahan Jagung

Formula di atas merupakan fungsi *multi-objective*. Untuk mendapatkan fungsi tujuan tunggal, substitusi bobot masing-masing fungsi tujuan. Jika pembobotannya yaitu sebesar $w_1 = 1$ dan $w_2 = 0$, artinya mengabaikan biaya untuk pupuk, maka fungsi tujuan tunggal menjadi:

$$\text{Maksimumkan } wz = 20x_1 + 13x_2 + 17x_3$$

Dengan kendala

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 85.325$$

$$12x_1 + 9x_2 + 10x_3 \leq 994.292$$

$$\begin{aligned}x_1 &\leq 76.206,9 \\x_1 &\geq 62.351,1 \\x_2 &\leq 5.437,3 \\x_2 &\geq 4.448,7 \\x_3 &\leq 12.213,3 \\x_3 &\geq 9.992,7 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh hasil luas lahan padi seluas 70.883,6 ha, luas lahan kacang tanah seluas 4.448,7 ha, dan luas lahan jagung seluas 9.992,7 ha dengan hasil pendapatan sebesar Rp. 1.645.381 juta.

Jika pembobotannya yaitu sebesar $w_1 = 0$ dan $w_2 = 1$, artinya mengabaikan pendapatan petani, maka fungsi tujuan tunggal menjadi:

$$\text{Maksimumkan } wz = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &\leq 85.325 \\12x_1 + 9x_2 + 10x_3 &\leq 994.292 \\x_1 &\leq 76.206,9 \\x_1 &\geq 62.351,1 \\x_2 &\leq 5.437,3 \\x_2 &\geq 4.448,7 \\x_3 &\leq 12.213,3 \\x_3 &\geq 9.992,7 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode simpleks, diperoleh hasil luas lahan padi seluas 62.351,1 ha, luas lahan kacang tanah seluas 4.448,7 ha, dan luas lahan jagung seluas 9.992,7 ha dengan hasil biaya yang dikeluarkan untuk pupuk sebesar Rp. 225.928,8 juta.

Jika tidak ingin ada yang diabaikan, berdasarkan informasi dari staf ahli di Dinas Pertanian dan Tanaman Pangan provinsi Jawa Barat, maka diperoleh bobot dari masing-masing fungsi tujuan secara subjektif sesuai dengan *fixed-weight method*. Untuk pendapatan diberi bobot 60% sedangkan untuk biaya pupuk diberi bobot 40%, dengan pertimbangan bahwa para petani lebih mementingkan pendapatan daripada pupuk, tetapi dengan jarak bobot yang tidak terlalu jauh agar tidak terlalu diabaikan. Maka, diperoleh formula sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan } wz = 10.8x_1 + 7x_2 + 9x_3$$

Dengan kendala

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &\leq 85.325 \\12x_1 + 9x_2 + 10x_3 &\leq 994.292 \\x_1 &\leq 76.206,9 \\x_1 &\geq 62.351,1 \\x_2 &\leq 5.437,3 \\x_2 &\geq 4.448,7 \\x_3 &\leq 12.213,3 \\x_3 &\geq 9.992,7 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode simpleks, untuk hasil yang diperoleh dari Dinas Pertanian dan Tanaman Pangan Provinsi Jawa Barat berdasarkan data dan pembobotan tersebut, hasil luas lahan padi seluas 70.883,6 ha, luas lahan kacang tanah seluas 4.448,7

ha, dan luas lahan jagung seluas 9.992,7 ha dengan hasil pendapatan sebesar Rp. 886.618,1 juta.

D. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa program linear *multi-objective* dapat diselesaikan dengan cara mengubah fungsi tujuan *multi-objective* menjadi fungsi tujuan tunggal menggunakan salah satu metode pembobotan yaitu *fixed-weight method*.

Hasil informasi dari staf ahli di Dinas Pertanian dan Tanaman Pangan Provinsi Jawa Barat, telah diperoleh bobot untuk z_1 dan z_2 dengan nilai $w_1 = 0.6$ dan $w_2 = 0.4$. Sehingga, fungsi tujuan tunggal memiliki formula Maksimumkan $wz = 10.8x_1 + 7x_2 + 9x_3$. Dengan menggunakan Metode Simpleks, memiliki hasil yaitu Luas lahan untuk komoditas padi seluas 70.883,60 hektar, luas lahan untuk komoditas kacang tanah seluas 4.448,70 hektar, dan luas lahan untuk komoditas jagung seluas 9.992,70 hektar. Sedangkan nilai keuntungan dari pola tanam tersebut adalah sebesar 886.618,1 juta rupiah.

E. Daftar Pustaka

- Dimiyati, Tjutju Tarliah & Ahmad Dimiyati. 2011. *Operations Research : Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung : Sinar Baru Algesindo.
- Gen, Mitsuo dan Runwei Cheng. 2000. *Genetic Algorithms & Engineering Optimization*. Wiley-Interscience.
- Laporan Tahunan 2012 Dinas Pertanian dan Tanaman Pangan Provinsi Jawa Barat.
- Rangkuti, Aidawayati. 2013. *7 Model Riset Operasi & Aplikasinya*. Brilian Internasional:Surabaya.
- Siswanto. 2000. *Operations Research Jilid 1*. Jakarta : Erlangga.