

## OPTIMASI BIAYA TOTAL PERSEDIAAN DENGAN PERMINTAAN BERSIFAT LINIER

M. G. Fathurrahman<sup>1</sup>, M. Yusuf Fajar<sup>2</sup>, Yani Ramdani<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Islam Bandung

<sup>1</sup>m.ghani.fathurrahman@gmail.com, <sup>2</sup>myusuffajar@unisba.ac.id, <sup>3</sup>yani\_ramdani@unisba.ac.id

**Abstrak.** Persediaan adalah bahan atau barang yang disimpan yang akan digunakan untuk memenuhi tujuan tertentu, misalnya untuk digunakan dalam proses produksi atau dijual kembali. Tanpa adanya persediaan, perusahaan akan dihadapkan pada resiko bahwa pada suatu waktu perusahaan tidak dapat memenuhi permintaan konsumen sehingga perusahaan akan kehilangan keuntungan. Masalah persediaan dipengaruhi oleh faktor permintaan yang bersifat konstan yaitu permintaan yang selalu tetap atau permintaan yang bersifat linier yaitu permintaan yang selalu meningkat terhadap waktu. Untuk itu pengusaha perlu suatu analisis persediaan agar memperoleh persediaan yang optimal dan dapat memperoleh biaya total persediaan yang optimal. Model biaya total persediaan yang optimal dipengaruhi oleh *ordering cost* (biaya pemesanan), *holding cost* (biaya penyimpanan) yang bersifat linier (semakin lama disimpan maka semakin bertambah harga simpannya), *backlogging* (penundaan), *Shortage cost* (biaya kekurangan persediaan), *lost sale cost* (biaya kehilangan penjualan), dan *purchase cost* (biaya pembelian). Dari model biaya total persediaan yang optimal dapat dicari waktu kehabisan barang yang disimbolkan  $t_l$ , Waktu pemesanan kembali yang disimbolkan  $T$  dengan cara mengasumsikan  $T$  konstan dan  $t_l$  bervariasi, kemudian  $t_l$  konstan dan  $T$  bervariasi sehingga dapat diperoleh biaya total persediaan yang minimum.

*Kata kunci* : persediaan, permintaan, biaya total persediaan

### 1. Pendahuluan

Salah satu alasan utama perusahaan mempunyai persediaan adalah agar perusahaan dapat membeli atau membuat barang dalam jumlah yang paling ekonomis. Persediaan berkaitan dengan penyimpanan sediaan barang yang cukup, baik barang tersebut merupakan komponen maupun bahan baku yang akan memastikan lancarnya operasi sistem produksi atau kegiatan bisnis. Secara tradisional, persediaan dipandang oleh bisnis dan industri sebagai sesuatu yang sulit, adapun alasan-alasan tersebut yang mendasari yaitu; bila persediaan barang relatif kecil daripada tingkat kebutuhan (*stock level*) hal ini akan membawa konsekuensi terhambatnya aktivitas produksi, akibat jangka panjang adalah kehilangan kesempatan untuk memperoleh keuntungan dan kehilangan pelanggan. Sebaliknya, bila pengadaan barang lebih besar daripada tingkat kebutuhan persediaan akan menyebabkan semakin besar resiko seperti keburukan/kerusakan yang harus ditanggung. Di pihak lain semua permintaan akan barang dapat dipenuhi setiap saat dan tentu hal ini dapat menjaga kelangsungan dan kelancaran usaha, namun dilihat dari ongkos yang harus dikeluarkan menyebabkan peningkatan biaya karena adanya alokasi biaya untuk penyimpanan barang. Menyadari akibat yang ditimbulkan oleh keadaan tersebut, maka masalah persediaan merupakan hal strategis yang harus dikelola dengan sebaik-baiknya sehingga diperlukan pengawasan, pemeliharaan dan suatu sistem pengendalian persediaan barang yang dapat menanggulangi kedua permasalahan di atas.

Tujuan utama perusahaan pada dasarnya adalah untuk memaksimalkan keuntungan, salah satu jalan untuk mencapai tujuan tersebut, adalah dengan menekan biaya operasional atau biaya produksi dengan cara meminimumkan biaya persediaan. Untuk menjamin kelancaran suatu proses produksi dalam kurun waktu tertentu perlu ditentukan jumlah persediaan barang yang dipakai secara tepat dan kapan pihak perusahaan harus memesan kembali barang. Agar terpenuhinya kedua hal tersebut, maka diperlukan sistem persediaan yang baik. Sedangkan sistem persediaan memiliki pengertian yaitu cara untuk pengendalian persediaan. Dalam hal ini metode yang dilakukan adalah metode EOQ (*Economic Order Quantity*). Metode EOQ

merupakan metode dimana jumlah pemesanan yang dapat meminimumkan total biaya persediaan sehingga diperoleh jumlah pemesanan yang ekonomis. Jumlah pemesanan ekonomis ini biasanya disebut sebagai lot-ekonomi.

Dalam menentukan lot-ekonomi, perlu bagi perusahaan untuk memperhatikan kualitas barang sehingga pengawasan, memelihara dan mengendalikan persediaan barang dari keburukan/kerusakan merupakan masalah yang penting. Secara umum, keburukan bahan baku/barang didefinisikan sebagai kerusakan, produk cacat, kebusukan, keusangan, penguapan, pencurian dan hal-hal lainnya yang mengakibatkan berkurangnya kegunaan asli dari barang tersebut sehingga menurunnya kualitas barang. Pengurangan atau hilangnya nilai guna barang yang dikarenakan oleh kerusakan biasanya terjadi dalam masalah persediaan barang yang ada di gudang. Karena materi seperti baja, perangkat keras, pecah belah dan mainan, tingkat keburukannya sangat rendah sehingga hanya perlu adanya sedikit kebutuhan untuk mempertimbangkan keburukan tersebut dalam menentukan ukuran lot ekonomi. Tetapi beberapa materi seperti darah, ikan, sayuran, alkohol, bensin, bahan kimia radioaktif, obatan-obatan kedokteran, dan makanan pokok (yaitu : padi, gandum, kentang, jagung dan lain-lain) tingkat kerusakannya tinggi, namun mampu untuk digantikan.

## 2. Latar Belakang

Kecepatan akses data merupakan salah satu faktor terpenting pada kestabilan kinerja jaringan. Seringkali kinerja jaringan terganggu atau tidak efektif bahkan cenderung merugikan pada saat menurunnya kecepatan kinerja sistem. Penurunan ini bisa disebabkan oleh beberapa faktor, diantaranya adalah sistem yang bekerja pada tiap komputer, sistem pengkabelan, mekanisme pemasangan router dan hal lainnya yang mungkin menjadi penghambat kinerja jaringan. Untuk keperluan transfer data atau koneksi internet, dapat diperhitungkan jumlah kerugian baik dalam bentuk biaya, waktu, tenaga, pikiran, dan sebagainya, yang diakibatkan oleh menurunnya kecepatan kinerja jaringan.

Dengan demikian diperlukan suatu metoda untuk memastikan faktor-faktor penghambat jalur transmisi jaringan dan cara efektif untuk menghilangkan atau setidaknya meminimalkan faktor-faktor penghambat tersebut sehingga kecepatan transmisi data pada jaringan menjadi optimal.

Karena luasnya variabel-variabel yang terkait dengan faktor-faktor penghambat jaringan, maka, penulis membatasi beberapa hal. Faktor penghambat dikaji dari segi infrastruktur jaringan, yang meliputi :

- a. Topologi dan struktur jaringan
- b. Sistem transmisi data termasuk pada satuan kapasitas data transfer serta waktu tempuh (*latency*) transmisi data dengan kapasitas tertentu
- c. Setting perangkat pendukung jaringan

Tujuan yang hendak dicapai adalah untuk menjajaki faktor-faktor penghambat jaringan. Hal ini dilakukan untuk menentukan faktor-faktor apa saja yang menyebabkan kecepatan transmisi suatu jaringan menjadi lambat. Kecepatan transmisi dalam hal ini ditunjukkan dengan satuan alokasi waktu yang dibutuhkan untuk melakukan transfer data pada kapasitas tertentu. Manfaat yang diharapkan adalah sebagai tindakan langsung pengujian kualitas jaringan, terutama pada kecepatan transfer data dari satu terminal (*workstation*) ke terminal lainnya.

## 3. Penaksiran Peluang Kebangkrutan (*Ruin*)

### 3.1 Peluang *Ruin*

Pada Teori Resiko klasik, proses penaksiran *ruin* mengikuti tahapan-tahapan yang didefinisikan dalam model resiko kumpulan jangka panjang. Diantaranya menganalisa proses surplus pada model waktu kontinu, merumuskan hubungan antara teori *ruin* dan kerugian agregat maksimal, yaitu selisih terbesar antara klaim agregat dengan premi yang diterima. Selanjutnya persamaan *ruin* yang telah diperoleh akan ditransformasikan menggunakan transformasi pembangkit momen untuk mendapatkan persamaan eksplisit peluang *ruin*.

Pada bab sebelumnya telah didefinisikan kerugian agregat maksimal dengan:

$$L = \max_{t \geq 0} \{S(t) - ct\} \tag{3.1}$$

Yaitu selisih terbesar antar klaim agregat dengan premi yang diterima. Selanjutnya akan didefinisikan hubungan antara kerugian agregat maksimal dengan peluang *ruin*. Hubungan tersebut adalah

$$\begin{aligned} 1 - \psi(u) &= P[U(t) \geq 0, \forall t] \\ &= P[u + ct - S(t) \geq 0, \forall t] \\ &= P[S(t) - ct \leq u, \forall t] \\ &= P[L \leq u] \end{aligned}$$

sehingga

$$1 - \psi(u) = P[L \leq u] \text{ untuk } u \geq 0 \tag{3.2}$$

Untuk  $t = 0$ ,  $S(t) - ct = S(0) - c \cdot 0 = 0$ , maka  $L \geq 0$ . Jika  $u = 0$ , maka  $1 - \psi(0) = P(L \leq 0) = P(L = 0)$ , karena  $L \geq 0$ .

Selanjutnya perhatikan proses berikut:

1) Pada saat  $t = 0$ ,  $S(0) - c \cdot 0 = 0$ . Misalkan  $t_1$  adalah saat pertama  $S(t) - ct > 0$ .

Definisikan  $L_1 = S(t_1) - ct_1$ .

2) Misalkan  $t_2 > t_1$  adalah saat pertama  $S(t) - ct > L_1$ . Definisikan  $L_2 = S(t_2) - ct_2 - L_1$ .

3) Misalkan  $t_3 > t_2 > t_1$  adalah saat pertama  $S(t) - ct > L_1 + L_2$ . Definisikan  $L_3 = S(t_3) - ct_3 - (L_1 + L_2)$ , dan seterusnya.

Karena prosesnya stasioner, maka  $L_1, L_2, \dots, L_M$  saling bebas dan mempunyai distribusi identik, sehingga dapat ditulis :

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_M \tag{3.3}$$

Dalam hal ini  $M$  adalah *the number of record high* dari proses  $S(t) - ct$ . Karena proses Poisson majemuk mempunyai sifat kenaikan stasioner dan saling bebas, maka peluang surplus akan mencapai *new record high* adalah sama untuk semua waktu *new record high* dicapai. Peluang ini juga sama dengan peluang bahwa surplus akan kurang dari  $u = 0$ , yaitu  $\psi(0)$ . Akibatnya peluang surplus tidak akan mencapai *new record high* adalah  $1 - \psi(0)$ .

**Teorema 3.1**

Jika surplus awal  $u = 0$ , maka untuk setiap  $y > 0$  berlaku

$$P[U(T) \in (-y + dy, -y) \& T < \infty] = \frac{\lambda}{c} [1 - P(y)] dy \quad (3.4)$$

**Akibat Teorema 3.1:**

Peluang *ruin* pada  $u = 0$  hanya tergantung pada  $\theta$ , dengan mengintegrasikan persamaan (3.4) terhadap  $y \in (0, \infty)$  menghasilkan  $P_r[T < \infty]$ , dan untuk setiap  $P(y)$  dengan rata-rata  $p_1$ , diperoleh:

$$\psi(0) = \frac{\lambda}{c} \int_0^{\infty} [1 - P(y)] dy = \frac{\lambda}{c} p_1 = \frac{1}{1 + \theta} \quad (3.15)$$

Jika diasumsikan terdapat satu *new record high*, maka distribusi dari  $L_1$  adalah

$$f_{L_1}(y) = \frac{1 - P(y)}{(1 + \theta)p_1 \psi(0)} = \frac{1 - P(y)}{p_1}, \quad y > 0 \quad (3.16)$$

**Teorema 3.2**

Peluang *ruin* dalam  $u$  yang diekspresikan dengan dana awal yang cukup kecil dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\psi(u) = \frac{\lambda}{c} \int_0^u [1 - P(y)] \psi(u - y) dy + \frac{\lambda}{c} \int_u^{\infty} [1 - P(y)] dy \quad (3.17)$$

Bukti :

Untuk  $T < \infty$ , akan mengakibatkan nilai surplus kurang dari modal awal. Dengan menggunakan persamaan (3.15), maka:

$$\begin{aligned} \psi(u) &= P[T < \infty] = P[T < \infty \& M > 0] \\ &= P[T < \infty | M > 0] P[M > 0] \\ &= \frac{1}{1 + \theta} \int_0^{\infty} P[T < \infty | L_1 = y] f_{L_1}(y) dy \\ &= \frac{\lambda}{c} \left\{ \int_0^u [1 - P(y)] \psi(u - y) dy + \int_u^{\infty} [1 - P(y)] dy \right\} \end{aligned}$$

dimana  $c = (1 + \theta)\lambda p_1$

Tujuan pokok dari semua infrastruktur jaringan adalah untuk mengirimkan aplikasi kepada setiap pengguna secara efektif. Peningkatan teknologi secara terus-menerus, baik pada komputer PC (*personal computer*) maupun LAN (*local area network* = jaringan komputer lokal/terbatas) atau WAN (*wide area network* : jaringan komputer luas = biasanya terdiri dari gabungan beberapa LAN) merupakan hal umum yang biasa dilakukan untuk mengatasi kelambatan sistem.

Akan tetapi, memelihara kecepatan transmisi data pada jaringan komputer WAN, agar tetap berada pada level yang layak, merupakan suatu tantangan yang cukup serius.

Untuk mengatasi jaringan komputer WAN dengan sistem transmisi data yang rendah atau terganggu, maka harus disediakan beberapa peralatan pengganti, dimana harganya bisa jadi sangat mahal. Selain itu, pihak IT dipaksa untuk mem-*backup* data pusat dan sistem *server*, install aplikasi lokal, juga untuk semua komputer di seluruh departemen, dan terus-menerus mengeluarkan biaya tinggi untuk meningkatkan *bandwidth* (kecepatan akses data melalui protokol TCP/IP) WAN, hanya karena aplikasi berjalan lambat dan tidak dapat mengoperasikan aplikasi sederhana.

Sebagaimana tingginya permintaan usaha yang berkaitan erat dengan integrasi globalisasi, peningkatan performansi aplikasi pada optimalisasi WAN menjadi sangat tinggi. Untuk memenuhi kebutuhan ini, maka harus dilakukan penelitian dan analisis faktor-faktor penyebab lambatnya transmisi data pada WAN. Melalui mekanisme ini maka dapat diambil suatu kebijakan untuk menstabilkan kualitas jaringan komputer melalui hal-hal sebagai berikut :

- a. Menentukan batas *bandwidth* (*bandwidth limitations*), yaitu menentukan batas kecepatan akses minimal dalam satuan bps untuk tiap departemen
- b. Mengukur waktu tempuh (*latency*), yaitu lamanya waktu yang digunakan pada saat transmisi paket data dari sumber (*source*) ke tujuan (*destination*). *Latency* biasanya diukur dalam satuan ms (millisecond)
- c. Konten aplikasi (*application contention*), yaitu jenis aplikasi apa yang dibuka sedemikian sehingga dapat membebani stabilitas jaringan

Penurunan yang mengejutkan dalam *bandwidth* sebagaimana jalur lalu lintas dari LAN menuju WAN adalah nyata dan mudah untuk difahami. Efek *latency* kadang-kadang kurang nyata, tetapi *latency* umumnya menunjukkan lambatnya performansi aplikasi walaupun ketika ruang *bandwidth* tersedia dengan cukup luas. Perencanaan WAN dan kerumitan disain umumnya dipusatkan pada penggunaan *bandwidth*, padahal, *latency* memegang peranan sangat penting dalam menentukan performansi aplikasi, khususnya pada jaringan WAN.

Penanggung jawab jaringan yang tidak meluangkan waktu untuk menganalisis mengenai *latency*, tidak akan memenuhi level pelayanan permintaan proses bisnis dan aplikasi global. Pada akhirnya isi aplikasi menjadi jauh lebih lazim pada batasan *bandwidth* dalam koneksi WAN, bahkan kadang-kadang lebih buruk sebagai hasil dari pembatasan *bandwidth*.

#### 4. Lintaslink: Sistem Disain dan Model Simulasi Transportasi

Local Area Network biasa disingkat LAN adalah jaringan komputer yang jaringannya hanya mencakup wilayah kecil; seperti jaringan komputer kampus, gedung, kantor, dalam rumah, sekolah atau yang lebih kecil. Saat ini, kebanyakan LAN berbasis pada teknologi IEEE 802.3 Ethernet menggunakan perangkat switch, yang mempunyai kecepatan transfer data 10, 100, atau 1000 Mbit/s. Selain teknologi Ethernet, saat ini teknologi 802.11b (atau biasa disebut Wi-fi) juga sering digunakan untuk membentuk LAN. Tempat-tempat yang menyediakan koneksi LAN dengan teknologi Wi-fi biasa disebut hotspot.

WAN adalah singkatan dari istilah teknologi informasi dalam bahasa Inggris: *Wide Area Network* merupakan jaringan komputer yang mencakup area yang besar sebagai contoh yaitu jaringan komputer antar wilayah, kota atau bahkan negara, atau dapat didefinisikan juga sebagai jaringan komputer yang membutuhkan router dan saluran komunikasi publik.

WAN digunakan untuk menghubungkan jaringan lokal (LAN) yang satu dengan jaringan lokal yang lain, sehingga pengguna atau komputer di lokasi yang satu dapat berkomunikasi dengan pengguna dan komputer di lokasi yang lain. Gabungan dari beberapa jaringan lokal (LAN) dapat disebut sebagai jaringan yang lebih luas (WAN)

Pada sebuah LAN, setiap node atau komputer mempunyai daya komputasi sendiri, berbeda dengan konsep *dump terminal*. Setiap komputer juga dapat mengakses sumber daya yang ada di LAN sesuai dengan hak akses yang telah diatur. Sumber daya tersebut dapat berupa data atau perangkat seperti printer. Pada LAN, seorang pengguna juga dapat berkomunikasi dengan pengguna yang lain dengan menggunakan aplikasi yang sesuai.

Router adalah sebuah alat jaringan komputer yang mengirimkan paket data melalui sebuah jaringan atau Internet menuju tujuannya, melalui sebuah proses yang dikenal sebagai routing. Proses routing terjadi pada lapisan 3 (Lapisan jaringan seperti Internet Protocol) dari stack protokol tujuh-lapis OSI.

Router berfungsi sebagai penghubung antar dua atau lebih jaringan untuk meneruskan data dari satu jaringan ke jaringan lainnya. Router berbeda dengan switch. Switch merupakan penghubung beberapa alat untuk membentuk suatu Local Area Network (LAN).

Terdapat perbedaan mendasar antara router dan switch. Perbedaan fungsi dari router dan switch adalah switch merupakan suatu jalanan, dan router merupakan penghubung antar jalan. Masing-masing rumah berada pada jalan yang memiliki alamat dalam suatu urutan tertentu. Dengan cara yang sama, switch menghubungkan berbagai macam alat, dimana masing-masing alat memiliki alamat IP sendiri pada sebuah LAN.

Router sangat banyak digunakan dalam jaringan berbasis teknologi protokol TCP/IP, dan router jenis itu disebut juga dengan IP Router. Selain IP Router, ada lagi AppleTalk Router, dan masih ada beberapa jenis router lainnya. Internet merupakan contoh utama dari sebuah jaringan yang memiliki banyak router IP. Router dapat digunakan untuk menghubungkan banyak jaringan kecil ke sebuah jaringan yang lebih besar, yang disebut dengan internetwork, atau untuk membagi sebuah jaringan besar ke dalam beberapa subnetwork untuk meningkatkan kinerja dan juga mempermudah manajemennya. Router juga kadang digunakan untuk mengoneksikan dua buah jaringan yang menggunakan media yang berbeda (seperti halnya router wireless yang pada umumnya selain ia dapat menghubungkan komputer dengan menggunakan radio, ia juga mendukung penghubungan komputer dengan kabel UTP), atau berbeda arsitektur jaringan, seperti halnya dari Ethernet ke Token Ring.

Router juga dapat digunakan untuk menghubungkan LAN ke sebuah layanan telekomunikasi seperti halnya telekomunikasi leased line atau Digital Subscriber Line (DSL). Router yang digunakan untuk menghubungkan LAN ke sebuah koneksi leased line seperti T1, atau T3, sering disebut sebagai *access server*. Sementara itu, router yang digunakan untuk menghubungkan jaringan lokal ke sebuah koneksi DSL disebut juga dengan DSL router. Router-router jenis tersebut umumnya memiliki fungsi firewall untuk melakukan penapisan paket berdasarkan alamat sumber dan alamat tujuan paket tersebut, meski beberapa router tidak memilikinya. Router yang memiliki fitur penapisan paket disebut juga dengan packet-filtering router. Router umumnya memblokir lalu lintas data yang dipancarkan secara broadcast sehingga dapat mencegah adanya broadcast storm yang mampu memperlambat kinerja jaringan. Secara umum, router dibagi menjadi dua buah jenis, yakni:

- a. Static router (router statis), adalah sebuah router yang memiliki tabel routing statis yang diset secara manual oleh para administrator jaringan.
- b. Dynamic router (router dinamis), adalah sebuah router yang memiliki dan membuat tabel routing dinamis, dengan mendengarkan lalu lintas jaringan dan juga dengan saling berhubungan dengan router lainnya.

## 5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dan studi kasus, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Model persediaan awal yang dipengaruhi oleh kerusakan barang dan permintaan yang bersifat linier memiliki bentuk:

$$I_0 = at_1 + \frac{bt_1^2}{2} + \frac{a\theta t_1^3}{6} + \frac{b\theta t_1^4}{8}$$

2. Model *shortage cost* (biaya kehabisan persediaan) memiliki bentuk :

$$SC = C_2 \left[ \beta a \frac{(T - t_1)^2}{2} + \frac{\beta b}{2} \left( \frac{(T - t_1)^2 (2T + t_1)}{3} \right) \right]$$

Model *lost sale cost* (biaya kehilangan penjualan) memiliki bentuk :

$$LSC = S(1 - \beta) \left[ a(T - t_1) + \frac{1}{2} b(T^2 - t_1^2) \right]$$

## Referensi

- Assauri, Sofjan. 2008. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Dumairy. 2007. *Matematika terapan untuk bisnis dan ekonomi*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta.
- Ginting, Rosnani. 2007. *Sistem Produksi*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- <http://www.geocities.ws/dmursita/matdas/i-2.pdf>. (n.d.). Retrieved July 13, 2014
- Mishra, Vinod Kumar., Singh, Lal Sahab., Kumar, Rakesh. *Jurnal An inventory model for deteriorating items with time-dependent demand and time varying holding cost under partial backlogging*. Islamic Azad University (IAU), Tehran
- (n.d.). Retrieved July 3, 2014, from <http://id.wikipedia.org/wiki/Permintaan>
- (n.d.). Retrieved July 3, 2014, from [http://id.wikipedia.org/wiki/Fungsi\\_permintaan](http://id.wikipedia.org/wiki/Fungsi_permintaan).
- Stewart, James. 2011. *Kalkulus*. Jakarta: Salemba Teknik