Jurnal Matematika Vol.7 No.1
November 2007 [55 : 60]

MODEL EOQ DENGAN KEBIJAKAN KOMPENSASI BERGANTUNG WAKTU

M. Yusuf Fajar

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Islam Bandung
Jalan Tamansari 1 Bandung, 40116, Indonesia

e-mail: myusuffajar@yahoo.com

Abstrak. Pada saat ini, layanan penjualan melalui elektronik atau yang dikenal dengan *e-commerce* pertumbuhannya sangat cepat. Banyak penjualan secara *on-line* melakukan perdagangan tanpa memiliki barang di gudang. Kebijakan yang diambil adalah menerima pesanan yang tertunda atau *backorder*. Dalam model persediaan dengan *backorder*, laju permintaan diasumsikan sama. Pada tulisan ini diasumsikan bahwa laju permintaan selama masih ada persediaan di gudang berbeda dengan laju permintaan pada saat tidak ada persediaan barang di gudang. Pada saat tidak ada persediaan barang di gudang, diberikan kompensasi sebesar *R* untuk menjaga agar laju permintaan meningkat. Oleh karena itu langganan diberi kompensasi yang bergantung pada waktu tunggu akibat dari tidak tersedianya barang di gudang. Model persediaan ini merupakan generalisasi dari model EOQ dengan *backorder*.

Keywords : Persediaan, backorder, kompensasi

1. Pendahuluan

Dalam beberapa tahun belakangan ini, pertumbuhan bisnis melalui jaringan teknologi informasi (*e-commerce*) sangat pesat, terdapat banyak padagang eceran melalui komputer (*on-line retailers*) yang melakukan bisnis tanpa memiliki cadangan persediaan. Mereka menerima pesanan tertangguh (*backorder*).

Persediaan model EOQ (*Economic Order Quantity*) dengan pesanan tertangguh mengasumsikan bahwa laju permintaan konstan, baik permintaan langganan dilayani pada waktu persediaan ada di gudang (*on hand inventory*) maupun permintaan dilayani pada waktu persediaan sudah tidak ada di gudang atau tertangguh.

Pada model ini diasumsikan bahwa laju permintaan berbeda pada waktu persediaan di gudang masih ada, dengan laju permintaan pada waktu kekurangan persediaan (*stock-out*). Pada waktu persediaan tidak ada di gudang, laju permintaan menurun, oleh karena itu diberikan kompensasi sebesar R rupiah untuk menjaga atau menaikkan laju permintaan.

Model ini merupakan generalisasi dari model EOQ dengan pesanan tertangguh (*backorder*).

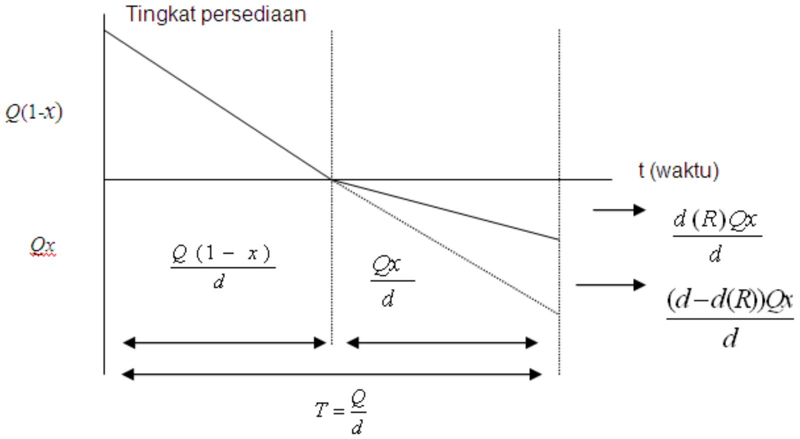
2. Formulasi Model Kebijakan Kompensasi

Dalam menyusun model Kebijakan Kompensasi digunakan notasi sebagai berikut :

A : ongkos penyiapan (*setup cost*), (dalam Rp./per order)
h : ongkos simpan (*holding cost*), (dalam Rp./unit/per satuan waktu)
b : ongkos *backorder*, (dalam Rp./unit/per satuan waktu)
Q : jumlah pesanan, (dalam unit)
d : jumlah permintaan, (dalam unit)
R : kompensasi untuk waktu menunggu, (dalam Rp.)
$d(R)$: rata-rata permintaan dengan kompensasi R

x : pecahan (*fraction*) dari permintaan tertangguh (*backlogged*)
T : waktu perputaran (siklus)
m : profit margin diluar ongkos persediaan, (dalam Rp.)

Model EOQ dengan kebijakan kompensasi bergantung waktu digambarkan sebagai berikut :



Karena jumlah permintaan per periode sebesar d, jumlah pesanan sebesar Q dan ongkos penyiapan sebesar A, maka ongkos penyiapan per periode adalah $\frac{Ad}{Q}$. Karena persediaan rata-rata persiklus sebesar $\frac{Q(1-x)}{2}$, waktu persediaan ada digudang sebesar $\frac{Q(1-x)}{d}$, frekuensi pemesanan sebesar d/Q , dan ongkos simpan sebesar h, maka rata-rata ongkos persedian per periode sebesar $\frac{Q(1-x)^2}{2}h$. Karena pesanan tertangguh rata-rata sebesar $\frac{d(R)Qx}{2d}$, waktu pesanan tertangguh sebesar $\frac{Qx}{d}$, frekuensi pemesanan sebesar d/Q , dan b = ongkos *backorder*, maka rata-rata pesanan tertangguh per periode adalah $\frac{d(R)Qx^2}{2d}b$.

Pada saat persediaan tidak ada di gudang, permintaan dilayani melalui barang yang langsung dibeli tanpa menyimpan sebagai persediaan, sehingga tidak dikenakan ongkos simpan, melainkan profit margin diluar ongkos persediaan sebesar m , sehingga rata-rata profit margin diluar ongkos persediaan per periode sebesar $m\left(1-\frac{d(R)}{d}\right)xd$. Selanjutnya biaya kompensasi per periode dikenakan sebesar $\frac{d(R)Qx^2}{2d}R$, sehingga ongkos total perperiode adalah :

$$c(x,Q)=\frac{Ad}{Q}+\frac{Q(1-x)^2}{2}h+\frac{d(R)Qx^2}{2d}b+m\left(1-\frac{d(R)}{d}\right)xd+\frac{d(R)Qx^2}{2d}R \qquad (1)$$

Kuantitas pemesanan $=Q(1-x)+\frac{d(R)}{d}Qx$ (2)

3. Solusi Optimal untuk Model dengan Kebijakan Kompensasi

Solusi optimal untuk model dengan kebijakan kompensasi akan ditinjau untuk tiga kasus yaitu kebijakan persediaan mencukupi/tidak terjadi *backorder*, kebijakan tidak memiliki persediaan, dan kebijakan persediaan gabungan.

3.1 Kebijakan Persediaan Mencukupi/tidak terjadi backorder

Kebijakan yang diambil adalah persediaan selalu mencukupi kebutuhan permintaan sehingga tidak diperbolehkan terjadi *backorder*. Oleh karena itu diperoleh $x^* = 0$, sehingga total biaya persediaan perperiode adalah :

$$c(x,Q) = \frac{Ad}{Q} + \frac{Q}{2}h \tag{3}$$

Kuantitas pemesanan = Q.

Syarat perlu agar $c(x,Q)$ minimum adalah $\frac{dc(x,Q)}{dx} = 0$ dengan

$$\frac{dc(x,Q)}{dQ} = -\frac{Ad}{Q^2} + \frac{h}{2}$$

Diperoleh kuantitas pemesanan optimal adalah :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ad}{h}} \tag{4}$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (3) diperoleh total biaya persediaan optimal :

$$c(x^*,Q^*) = \sqrt{2Adh} \tag{5}$$

3.2 Kebijakan Tidak Memiliki Persediaan

Pada kebijakan ini, perusahaan mengambil kebijakan tidak mememiliki persedian yaitu melayani langganan dengan *backorder*. Oleh karena itu diperoleh $x^* = 1$, sehingga total biaya persediaan perperiode adalah :

$$c(x,Q) = \frac{Ad}{Q} + \frac{d(R)Q}{2d}b + m\left(1 - \frac{d(R)}{d}\right)d + \frac{d(R)Q}{2d}R \tag{6}$$

Kuantitas pemesanan $= \frac{d(R)}{d}Q$.

Syarat perlu agar $c(x,Q)$ minimum adalah $\frac{dc(x,Q)}{dQ} = 0$ dengan

$$\frac{dc(x,Q)}{dQ} = -\frac{Ad}{Q^2} + \frac{d(R)}{2d}b + \frac{d(R)R}{2d}$$

$$\frac{Ad}{Q^2} = \frac{d(R)b}{2d} + \frac{d(R)R}{2d} = \frac{d(R)(b+R)}{2d}$$

Diperoleh kuantitas pemesanan optimal adalah :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ad^2}{d(R)(b+R)}} \qquad (7)$$

3.3 Kebijakan Persediaan Gabungan

Pada kebijakan ini perusahan mengambil kebijakan gabungan yaitu melayani permintaan langganan dari persediaan yang ada di gudang dan juga dari backorder. Cari turunan parsial pertama terhadap x dan terhadap Q dari total biaya persediaan pada persamaan (1), kemudian samakan dengan nol, diperoleh :

$$\frac{\partial c(x,Q)}{\partial x} = (x-1)Qh + \frac{d(R)xQ(b+R)}{d} + \left(1 - \frac{d(R)}{d}\right)dm = 0 \qquad (8)$$

$$\frac{\partial c(x,Q)}{\partial Q} = -\frac{Ad}{Q^2} + \frac{(1-x)^2}{2}h + \frac{d(R)x^2(b+R)}{2d} = 0 \qquad (9)$$

Misalkan $b' = \frac{d(R)}{d}b$ dan $R' = \frac{d(R)}{d}R$, maka persamaan (8) dan (9) menjadi :

$$(x-1)Qh + Qxb' + (1 - \frac{d(R)}{d})dm + QxR' = 0 \qquad (10)$$

$$-\frac{Ad}{Q^2} + \frac{(1-x)^2 h}{2} + \frac{x^2}{2}b' + \frac{x^2}{2}R' = 0 \qquad (11)$$

Dari persamaan (10) diperoleh :

$(x-1)Qh + Qxb' + QxR' = -(1 - \frac{d(R)}{d})dm$, sehingga didapat :

$$Q = \frac{-(d-d(R))m}{(h+b'+R')x-h} \qquad (12)$$

Substitusikan persamaan (12) ke persamaan (11) diperoleh :

$$-Ad\left(-\frac{(h+b^{'}+R^{'})x-h}{(d-d(R))m}\right)^{2}+\frac{(1-x^{2})h+x^{2}b^{'}+x^{2}R^{'}}{2}=0$$

$$-Ad\left(-\frac{(h+b^{'}+R^{'})x-h}{(d-d(R))m}\right)^{2}+\frac{(h+b^{'}+R^{'})x^{2}-2xh+h}{2}=0 \tag{13}$$

Misalkan $z=-\dfrac{Ad}{\left((d-d(R))m\right)^{2}}$, maka persamaan (13) menjadi :

$$-Ad\,\frac{(h+b^{'}+R^{'})^{2}x^{2}-2x(h+b^{'}+R^{'})h+h^{2}}{[(d-d(R))m]^{2}}+\frac{(h+b^{'}+R^{'})x^{2}}{2}-hx+\frac{h}{2}=0$$

$$\left\{z(h+b^{'}+R^{'})^{2}+\frac{h+b^{'}+R^{'}}{2}\right\}x^{2}-(2h(h+b^{'}+R^{'})z)\;x+zh^{2}+\frac{h}{2}=0 \tag{14}$$

Persamaan (14) merupakan persamaan kuadrat, sehingga didapat :

$$x=\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}\pm\sqrt{\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}\left(\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}-\frac{zh+\frac{1}{2}}{z(h+b^{'}+R^{'}+\frac{1}{2}}\right)} \tag{15}$$

Karena $Q=-\dfrac{(d-d(R))m}{(h+b^{'}+R^{'})x-h}\geq 0$, maka solusi dipisahkan menjadi dua kondisi yaitu :

Jika $d-d(R)\geq 0$, maka $x\leq\dfrac{h}{h+b^{'}+R^{'}}$ sehingga diperoleh :

$$x^{*}=\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}-\sqrt{\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}\left(\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}-\frac{zh+\frac{1}{2}}{z(h+b^{'}+R^{'}+\frac{1}{2}}\right)} \tag{16}$$

$$Q^{*}=\frac{(d-d(R))m}{\sqrt{h(h+b^{'}+R^{'})\left(\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}-\frac{zh+\frac{1}{2}}{z(h+b^{'}+R^{'})+\frac{1}{2}}\right)}} \tag{17}$$

Jika $d-d(R)<0$, maka $x>\dfrac{h}{h+b^{'}+R^{'}}$ sehingga diperoleh :

$$x^{*}=\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}+\sqrt{\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}\left(\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}-\frac{zh+\frac{1}{2}}{z(h+b^{'}+R^{'}+\frac{1}{2}}\right)} \tag{18}$$

$$Q^{*}=-\frac{(d-d(R))m}{\sqrt{h(h+b^{'}+R^{'})\left(\frac{h}{h+b^{'}+R^{'}}-\frac{zh+\frac{1}{2}}{z(h+b^{'}+R^{'})+\frac{1}{2}}\right)}} \tag{19}$$

4. Kesimpulan

Dari uraian yang telah dibahas dapat disimpulkan bahwa model persediaan dengan kebijakan kompensasi bergantung waktu merupakan generalisasi dari model EOQ tradisional, dengan meninjau tiga kasus yaitu model persediaan mencukupi/tanpa backorder, model tidak memiliki persediaan, dan model persediaan gabungan.

Tanpa adanya kompensasi, maka kebijakan tanpa persediaan tidak optimal. Kebijakan tanpa persediaan akan optimal bila diberikan kompensasi yang cukup, sehingga permintaan tetap ada.

Daftar Pustaka

[1] Daewon Sun.,2005, *Inventory Management in e-business* (*An EOQ Approach with Compensation Policy*). MS&IS Department, Smeal College of Bus Admin. Pennsylvania State University.

[2] Hadley,G.,and Whitin,T.M., 1963, *Analysis of Inventory Systems*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs,NJ

[3] Taha, Hamdy A., 1980, *Operation Research an Introduction*, Macmillan Publishing Co.,Inc, New York

[4] Winstone,Wayne L., 1991, *Operation Research : Applications and Algorithms*, 2nd ed., PWS-KENT,Boston