Statistika, Vol. 10 No. 1, 25 – 33
Mei 2010

Sensitifitas Indikator Multikolinearitas dalam Model Regresi Linear Multipel

DIEN SUKARDINAH

Jurusan Statistika, FMIPA, Universitas Padjadjaran,
Jl. Raya Bandung Sumedang Km. 21, Jatinangor, Sumedang, Jawa Barat.
E-mail: dien_stat@yahoo.com

ABSTRAK

Banyak cara untuk mendeteksi ada tidaknya multikolinearitas dalam model regresi linear multipel antara lain dengan indikator multikolinearitas keseluruhan maupun individu. Pada makalah ini akan dibahas sensitifitas antar indikator multikolinearitas keseluruhan; yaitu Bilangan Kondisi, indikator Red dan DEF, maupun antar indikator multikolinearitas individu, yaitu VIF, ICE, dan Indeks Kondisi. Melalui simulasi komparasi, kita akan membandingkan sensitifitas dari kedua pendekatan ini.
Kata kunci: Regresi Linear Multipel; indikator multikolinearitas; matriks korelasi; analisis jalur.

ABSTRACT

The existence of mulicollinearity in multiple linear regression model can be detected in many ways, amongs other are overall or individual multicollinearity indicator. This paper will discuss sensitivity between overall multicollinearity indicators: i.e. Condition Number, Red and DEF indicator; and also between individual multicollinearity indicators; i.e. VIF, ICE and Condition Index. Through simulation we will compare the sensitivity of these two approach.
Keywords: Multiple linear regression; multicollinearity indicator; correlation matrix; path analysis.

1. PENDAHULUAN

Misalkan diasumsikan model regresi linear multipel dengan m variabel regresor sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + ... + \beta_m X_{im} + \varepsilon_i \ ; \ \ i:1,2,...,N \tag{1}$$

atau dalam bentuk matriks sebagai berikut;

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2}$$

Menurut Ragnar Frisch (1934) multikolinearitas terjadi karena adanya hubungan linear sempurna/hampir sempurna di antara variabel-variabel regresor dalam suatu model regresi (Gujarati, 2003). Multikolinearitas timbul ketika terdapat penyimpangan keortogonalan dari himpunan regresor dan hal ini bisa menjadi masalah yang serius (Grill, 1998). Multikolinearitas dapat dibedakan menjadi multikolineritas sempurna dan multikolinearitas hampir sempurna, sebagaimana yang dijelaskan berikut ini. Multikolinearitas sempurna berarti adanya hubungan linear sempurna antar variabel regresor, $\sum_{i=1}^{m} a_i x_i = 0$ dengan a_i; konstanta sembarang yang tidak semuanya nol untuk setiap *i;1,2,...,m.* Hal ini mengakibatkan determinan (**X'X**) = 0, sehingga matriks $(\mathbf{X'X})^{-1}$ tidak ada dan taksiran kuadrat terkecil biasa (`ordinary least square' – OLS)

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y},\ \hat{Var}(\hat{\beta}) = S^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1},\ S^2 = \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{n-m-1},\ \mathbf{e} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta} \tag{3}$$

tidak dapat ditentukan. Multikolinearitas hampir sempurna, yang berarti bahwa antar variabel regresornya terdapat hubungan linear yang hampir sempurna, $\sum_{i=1}^{m} a_i x_i = \mu_i$, μ_i adalah galat stokastik, yang mengakibatkan det (X'X) ≈ 0 dan matriks (X'X) hampir singular.

Menurut Norman R.D. (1981) kondisi tersebut dikatakan *ill conditioned*. Namun demikian matriks $(X'X)^{-1}$ ada dan taksiran dari β masih dapat dicari, tetapi variansnya semakin besar sejalan dengan bertambahnya tingkat multikolinearitas. Jadi interval konfidensi untuk parameter regresi semakin melebar, dan menghasilkan inferensi yang buruk, sehingga perlu dilakukan pendeteksian ada tidaknya multikolinearitas sedini mungkin. Sudah banyak referensi mengenai indikator multikolinearitas, baik indikator keseluruhan maupun indikator individu. Dari indikator keseluruhan yang klasik (bilangan kondisi) dikemukakan oleh Belsley dkk (1980), yang baru indikator Red (Kovacs dkk, 2005), sampai yang terbaru yaitu indikator DEF yang dikemukakan oleh Curto dkk (2007). Dan indikator individu multikolinearitas yaitu Indeks Kondisi,VIF dan ICE. Dalam makalah ini penulis ingin membandingkan ketiga indikator multikolinearitas keseluruhan tersebut, hal yang sama dilakukan juga untuk indikator multikolinearitas individu kemudian dilihat kesensitifannya.

Dengan melakukan simulasi komparasi untuk membangkitkan data yang dapat diatur berdasarkan banyaknya variabel regresor (m), banyaknya observasi (n), dan tingkat korelasi antar variabelregresor atau noise (δ), kemudian menghitung nilai–nilai indikator multikolinearitas secara keseluruhan maupun individu, dengan replikasi 1000 kali dicari proporsi kemunculan/kesensitifitasannya.

2. INDIKATOR MULTIKOLINEARITAS

Untuk mendeteksi ada tidaknya multikolinearitas dapat dilakukan dengan indikator multikolinearitas keseluruhan dan indikator multikolinearitas individu yang akan dibahas adalah:

2.1. Indikator Multikolinearitas Keseluruhan

Indikator keseluruhan multikolinearitas, yaitu indikator yang memperhitungkan semua regresor secara serempak, indikator multikolinearitas klasik yaitu bilangan kondisi (Belsley dkk, 1980), yang baru adalah indikator *Red* (Kovacs dkk., 2005) dan yang terbaru adalah indikator *DEF* (Curto dkk., 2007).

2.1.1 Bilangan kondisi (Belsley dkk., 1980)

Belsley dan kawan-kawan (1980) mengemukakan bahwa bilangan kondisi (κ), adalah merupakan rasio nilai eigen maksimum dengan nilai eigen minimum dari matriks (X'X) sebagai berikut:

$$\kappa = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \tag{4}$$

Dengan $\lambda_i > 0$, untuk setiap i, i = 1,2,...,m adalah nilai eigen dari matriks (X'X). Pada umumnya jika bilangan kondisi lebih kecil dari 100, masalah multikolinearitas tidak begitu serius.

Multikolinearitas dianggap sedang/moderat sampai kuat, untuk $100 \leq \kappa \leq 1000$. Multikolinearitas sangat kuat apabila $\kappa > 1000$, dan dalam kondisi ini masalah multikolinearitas dianggap berbahaya (Montgomery & Peck, 1992).

2.1.2. Indikator Red (Kovacs dkk, 2005)

Indikator Red adalah merupakan indikator multikolinearitas baru yang mengkuantifikasikan tingkat keberlebihan (redundancy) himpunan data (database). Indikator *Red* didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Red} = \sqrt{\frac{tr\left(\mathbf{R}^2 - \mathbf{I}\right)}{m(m-1)}} = \sqrt{\frac{tr\left[(\mathbf{X'X})(\mathbf{X'X}) - \mathbf{I}\right]}{m(m-1)}} \tag{5}$$

Dalam hal ini $tr(\mathbf{R})$ adalah terace dari matrik **R,** dan **R** adalah matriksi korelasi dengan $\mathbf{R} = \mathbf{X'X}$ untuk variabel yang dibakukan. Indikator yang diperoleh dengan cara ini akan digunakan untuk mengkuantifikasikan tingkat keberlebihan (*redundancy*). Indikator *Red* mengukur keberlebihan banyak variabel dalam data. Untuk dua database atau lebih database dengan ukuran berbeda dibandingkan, indikator Red hanya dapat digunakan untuk menentukan seberapa berlebihan masing-masing database tersebut. Dalam kasus tidak berlebihan Red = 0 atau 0 %, untuk kasus berlebihan maksimum Red = 1 atau 100 %.

Indikator Red ini menggambarkan korelasi secara lebih tepat, baik secara kualitas maupun besarnya. Berbagai kasus multikolinearitas yang ekstrim juga dapat ditemukan dengan menggunakan indikator ini. Nilainya akan sangat besar apabila semua elemen dari matriks korelasi sama dengan satu.

2.1.3 Direct Effects Factor (DEF)

Curto.J.D. & Pinto J.C (2007), menemukan indikator multikolinearitas baru yang didasarkan pada koefisien jalur, yaitu Faktor Pengaruh Langsung (*Direct Effects Factor*) yang untuk selanjutnya ditulis dengan *DEF*. Koefisien jalur diekspresikan dalam salah satu dari dua metrik, metrik pertama untuk yang tak terbakukan dengan skala menggunakan skala pengukuran dari variabel semula. Metrik kedua untuk yang terbakukan, sebagaimana biasa analisis jalur merupakan perluasan model regresi, variabel yang dibakukan dengan rata-rata 0 dan varians 1. Misalkan dari model regresi linear multipel yang memenuhi persamaan (1), diperoleh model regresi linear yang terbakukan adalah sebagai berikut:

$$\frac{Y-\mu_Y}{\sqrt{\sigma_{YY}}} = \beta_1 \frac{\sqrt{\sigma_{11}}}{\sqrt{\sigma_{YY}}}\left(\frac{X_1-\mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}}\right) + \ldots + \beta_m \frac{\sqrt{\sigma_{mm}}}{\sqrt{\sigma_{YY}}}\left(\frac{X_m-\mu_m}{\sqrt{\sigma_{mm}}}\right) + \frac{\sqrt{\sigma_{\in\in}}}{\sqrt{\sigma_{YY}}}\left(\frac{\in}{\sqrt{\sigma_{\in\in}}}\right) \tag{6}$$

Atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_s = p_{y1}Z_1 + p_{y2}Z_2 + \ldots + p_{ym}Z_m + p_{y\varepsilon}\varepsilon_s \tag{7}$$

Dengan Y variabel respon dengan rata-rata μ_y dan varians σ_{yy}, X_j menyatakan variabel regresor j *(j=1,…,m)* dengan rata-rata μ_j dan varians σ_{jj}, ε adalah gangguan dengan rata-rata 0 dan varians $\sigma_{\varepsilon\varepsilon}$, β_j koefisien variabel regresor ke j yang tak dibakukan, koefisien jalur $p_{yj} = \beta_{yj}\frac{\sqrt{\sigma_{jj}}}{\sqrt{\sigma_{yy}}}$ adalah koefisien regresi yang dibakukan (betas), Y_s dan Z_j merupakan variabel – variabel yang dibakukan.

Taksiran koefisien jalur memungkinkan untuk melihat pengaruh langsung maupun tak langsung dari satu variabel terhadap variabel lainnya.

Berdasarkan model (12) korelasi antara Y_s dan setiap Z_j dapat diuraikan sebagai berikut:

$$p_{yj} = Corr(Y_s, Z_j) = Cov\left(\sum_{i=1}^{m} p_{yi} Zi, Z_j\right) = \sum_{i=1-1}^{m} p_{yi}\rho_{ij} \quad ;\text{ untuk } j = 1,2,\ldots,m, \tag{8}$$

Dalam hal ini ρ_{ij} adalah koefisien korelasi antara variabel regresor i dengan j.

Varians Y_s dapat dipecah kedalam tiga bagian (Johnson & Wichern, 1992), sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} Var(Y_s) = 1 = Var\left(\sum_{j=1}^{m} p_{yi} Zi + p_{y\varepsilon}\varepsilon_s\right) &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} p_{yi}\rho_{ij}p_{yj} + p_{y\varepsilon}^2 \\ &= \sum_{j=1}^{m} p_{yi}^2 + 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i+1}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj} + p_{y\varepsilon}^2 \end{aligned} \tag{9}$$

Direct Effects Factor (*DEF*) didefinisikan sebagai berikut:

$$DEF = \frac{2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i+1}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}}{\sum_{i=1}^{m} p_{Yi}^2 + 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i+1}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1(j\neq i)}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}}{\sum_{i=1}^{m} p_{Yi}^2 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1(i\neq j)}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}} \quad (10)$$

Dalam hal ini $\sum_{i=1}^{m} p_{yi}^2$ adalah proporsi varians yang diberikan langsung oleh koefisien jalur, $2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i+1}^{m} p_{yi}\rho_{ij}p_{yj}$ adalah proporsi varians yang disebabkan oleh interkorelasi diantara variabel regresor, dan $p_{y\varepsilon}^2$ adalah proporsi varians yang disebabkan oleh gangguan.

Nilai *DEF* ini bervariasi dari 0 sampai 1, yang membandingkan pengaruh langsung variabel regresor pada variabel respon dengan pengaruh tak langsung yang dihasilkan dari interkorelasi diantara variabel-variabel regresor. Jika pengaruh langsung semua variabel regresor kecil dibandingkan pengaruh taklangsung maka Indeks *DEF* mendekati 1 dan variabel regresor terkorelasi secara kuat. Jika proporsi variasi yang disebabkan interkorelasi diantara variabel regresor mendekati nol, maka indeks *DEF* mendekati nol dan korelasi diantara variabel regresor lemah. Jadi masalah multikolinearitas terjadi ketika nilai *DEF* mendekati satu.

2.2. Indikator Multikolinearitas Individu

Tiga indikator multikolinearitas individu yang akan dibahas adalah sebagai berikut:

2.2.1 Varians Inflasi Faktor (VIF)

Menurut Chatterje & Pr individu ice (1977), Varians Inflasi Faktor (VIF) adalah unsur-unsur diagonal utama dari invers matriks korelasi hasil pemusatan dan penskalaan di dalam matriks (X'X) yang sangat berguna dalam pendeteksian multikolinearitas.

Misalkan matriks korelasi dari model yang dibakukan adalah:

$\mathbf{C} = [c_{ij}]$ dengan c_{ij} = 1 untuk i = j, dan c_{ij} = r_{ij} untuk i ≠ j

Varians Inflasi Faktor (VIF) didefinisikan sebagai berikut

$$VIF_i = \frac{1}{1-R_i^2} \quad (11)$$

dengan R_i^2 koefisien determinasi regresor ke i pada regresor lainnya.

Jika nilai VIF >>→ ∞ yang berarti $R_i^2 \approx 1$, maka terdapat multikolinearitas sempurna.

Jika nilai VIF ≈ 1 yang berarti $R_i^2 \approx 0$, maka tidak terdapat multikolinearitas

2.2.2 Indeks Kondisi

Indeks Kondisi dari matriks (X'X) adalah didefinisikan sebagai berikut:

$$\kappa_i = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i} \quad \text{, untuk i = 1,2,...m.} \quad (12)$$

Dengan $\lambda_i > 0$, untuk setiap i, i = 1,2,...,m adalah nilai eigen dari matriks (X'X). Jika $100 \le \kappa_i \le 1000$, maka terjadi multikolinearitas sedang/moderat sampai kuat. Jika $\kappa_i > 1000$ maka terjadi multikolinearitas sangat kuat.

2.2.3. InterCorrelation Effect (ICE)

Untuk memeriksa kebenaran bagaimana masing-masing taksiran koefisien khusus dipengaruhi oleh korelasi kuat diantara regresor, dekomposisi total *InterCorrelation Effect* (*ICE*) dan proporsi yang dihasilkan adalah ukuran korelasi relatif antara variabel regresor ke i dengan variabel regresor lainnya .

InterCorrelation Effect (*ICE*) ukuran korelasi relatif antara variabel regresor ke i dengan variabel regresor lainnya .

InterCorrelation Effect (*ICE*) adalah sebagai berikut:

$$ICE_i = \frac{\sum_{j=1(i\neq j)}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1(i\neq j)}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}} \qquad (13)$$

Pembilang merupakan proporsi varians dari variabel respon yang disebabkan oleh interkorelasi diantara variabel regresor ke i dengan variabel regresor lainnya; penyebut adalah proporsi varians Y_s yang disebabkan oleh interkorelasi diantara semua variabel regresor. Indikator *ICE*, bukan ukuran keseluruhan karena terdapat statistik *ICE* sebanyak banyaknya variabel regresor. Nilai *ICE* bervariasi mulai dari 0 ke 1. Dengan ukuran ini memungkinkan untuk mengevaluasi bagaimana hubungan antar variabel respon dan variabel regresor memburuk oleh masalah multikolinearitas. Berdasarkan ukuran ini pula memungkinkan untuk merangking koefisien dalam bentuk eksposisi terhadap korelasi antar regresor.

Indikator *ICE* bukan ukuran keseluruhan, karena terdapat statistik *ICE* sebanyak banyaknya variabel regresor. *ICE* merupakan ukuran multikolinearitas relatif yang dapat digunakan untuk menguji bagaimana taksiran koefisien dipengaruhi oleh korelasi diantara variabel regresor. Nilai –nilai *ICE* bervariasi dari 0 sampai 1, jika nilainya sangat kecil dibandingkan lainnya maka taksiran koefisien yang terkait dengan regresor tersebut dipengaruhi secara kuat oleh korelasi diantara regresor.

ICE menghitung persentase variasi variabel respon yang diakibatkan regresor khusus, jika persentase kecil maka korelasi diantara regresor mereduksi pengaruh kuat regresor terhadap variabel respon.

3. SIMULASI

Untuk membandingkan ketiga Indikator multikolinearitas keseluruhan, dan indikator individu dilakukan simulasi komparasi, adapun tujuan dan penggunaan simulasi ini adalah membangkitkan data yang dapat diatur berdasarkan, banyaknya variabel regresor (m), banyaknya observasi (n), tingkat korelasi antar variabel regresor (noise), dengan replikasi 1000 kali. Untuk membangkitkan data yang mengandung multikolinearitas penulis menggunakan algoritma Norliza dkk (2006).

Algoritma simulasinya sebagai berikut:

3.1 Bangkitkan data sebanyak *n* observasi x *m* var regresor dengan rumus sebagai berikut:

$x_1 = N(0,1)$

$x_p = N(0,'noise') + x_1$, untuk setiap nilai *p, p=2,3,...,m*

$Y = x_1 + x_2 + \ldots + x_m$ + random

3.2 Jalankan regresi (*OLS*) dengan komputasi tambahan untuk menghitung indikator-indikator multikolinearitas.

a. Ekstrak data ke dalam matriks **X** dan **Y.**

b. Hitung B, koefisien regresi taksiran dengan rumus $\mathbf{B} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y}$.

c. Hitung STD, standard deviasi dari masing-masing variabel dalam data.

d. Hitung BETA, koefisien jalur /Betas koefisien regresi yang sudah distandarisasi dengan rumus BETA[i] = B[i] * STD[i] / STD[y]
e. Hitung *COREL*, korelasi dari variabel regresor,
f. Hitung *Direct Effect*, dari matriks *COREL* dan BETA.
g. Hitung *DEF = Indirect Effect / Total Effect* atau

$$DEF = \frac{2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i+1}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}}{\sum_{i=1}^{m} p_{Yi}^2 + 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=i+1}^{m} p_{Yi}\rho_{ij}p_{Yj}}$$

h. Hitung *EVAL*, eigen value dari matriks *COREL*, cari juga maximum dan minimumnya.
i. Hitung Bilangan Kondisi/ C*ondition Number* dengan rumus

$$\kappa = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}.$$

j. Hitung *Red,* indikator *RED* dengan rumus

$$\text{Red} = \sqrt{\frac{tr\left(\mathrm{R}^2 - \mathrm{I}\right)}{m(m-1)}} = \sqrt{\frac{tr\left[(\mathrm{X'X})(\mathrm{X'X}) - \mathrm{I}\right]}{m(m-1)}}$$

k. Hitung *VIF, ICE* dan Indeks Kondisi dengan rumus sebagai berikut;

VIF[i] $= 1/(1-R_i^2)$ adalah unsur diagonal ke *i* matriks invers dari **R**

$$ICE[i] = \frac{\sum_{j=1(j\neq i)}^{m} p_{yi}\rho_{ij}p_{yj}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1(j\neq i)}^{m} p_{yi}\rho_{ij}p_{yj}}$$

$$\kappa_i = CI[i] = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_i}$$

Untuk setiap *i, i=1,2,...m.*

3.3. Dengan replikasi 1000 kali untuk melihat perbedaan nilai indikator-indikator multikolinearitas keseluruhan, *RED, DEF* dan Bilangan Kondisi (κ), maupun untuk indikator multikolinearitas individu, *VIF, ICE* dan Indeks Kondisi, dilakukan simulasi komparasi. Definisikan banyaknya variabel *m* dan banyaknya observasi *n* dalam dua buah array, *Cases* dan *Variables*, lalu lakukan perhitungan (3.1) dan(3.2) sebanyak *m x n.* Kriteria pengklasifikasiannya untuk indikator multikolinearitas keseluruhan sebagai berikut; jika *RED* $\geq$ 0,5 , yang berarti ada multikolinearitas maka bernilai nilai *1*, lainnya *0*, jika DEF $\geq$ 0,5 yang berarti ada multikolinearitas maka bernilai *1*, lainnya *0*, jika $\kappa \geq$ 100 maka dinilai 1 dan lainya *0.* Klasifikasi untuk indikator multikolinearitas individu; jika *VIF[i]* $\geq$ 0,6 , yang berarti ada multikolinearitas maka bernilai *1*, lainnya *0*, jika *ICI[i]* $\geq$ 0,5 yang berati ada multikolinearitas maka bernilai *1*, lainnya *0*, dan jika K[i] $\geq$ 100 bernilai *1* dan lainya *0.* Kemudian dicari proporsi kemunculannya dari masing-masing indikator.

4. HASIL SIMULASI DAN PEMBAHASAN

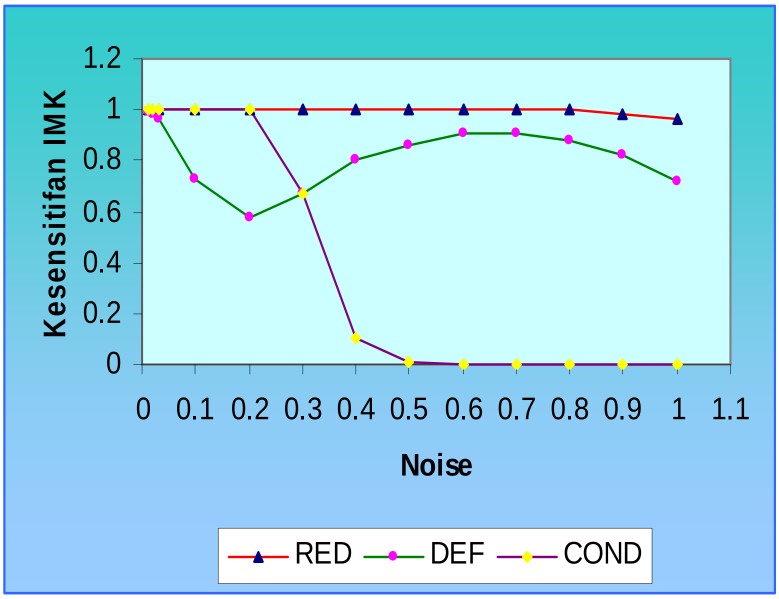
4.1 Hasil Simulasi Indikator Multikolinearitas Keseluruhan

Dengan mengambil ukuran sampel n = 35, banyak variabel regresor m = 3, noise (δ)= 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9 dan1, melalui replikasi 1000 kali proporsi kemunculan/terjadinya multikolinearitas dari indikator-indikator multikolinearitas keseluruhan dapat dilihat dalam Tabel 1.

Tabel 1. Nilai-nilai Indikator Multikolinearitas Keseluruhan

δ	0.01	0.02	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0,8	0,9	1
Red	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,99	0,98	0,95
DEF	0.99	0.98	0.74	0.54	0.65	0.73	0.84	0.88	0.88	0,84	0,77	0,69
K(COND)	1	1	1	0.98	0.62	0.12	0.01	0	0	0	0	0

Dari Tabel 1 diperoleh grafik fungsi indikator *Red, DEF* dan bilangan kondisi sebagai berikut.



Gambar 1. Fungsi *Red, DEF,K (COND)*

Dari grafik dapat disimpulkan bahwa: (1) indikator *Red* paling sensitif dari pada indikator lainnya; (2) jika $\delta \in [0.1, 0.3)$ maka Bilangan Kondisi *(COND)* lebih sensitif dari pada *DEF* (3) jika δ = 0.3 maka bilangan kondisi sama sensitifnya dengan *DEF* dan 4). jika $0.3 < \delta \leq 1$ maka indikator *DEF* lebih sensitif dari pada Bilangan kondisi.

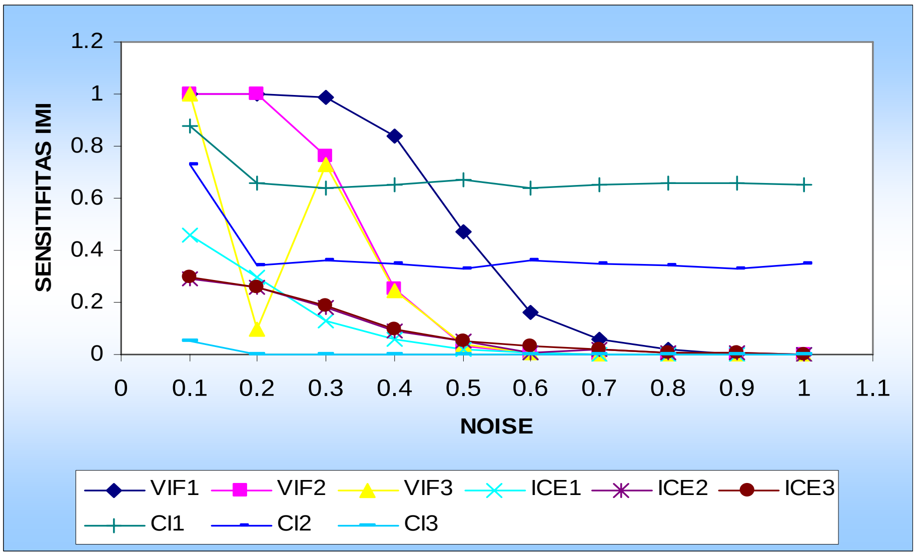
4.2. Hasil Simulasi Indikator Multikolinearitas Individu

Dengan mengambil ukuran sampel n = 35, banyak variabel regresor m = 3, noise (δ)= 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9 dan1, melalui replikasi 1000 kali, diperoleh tabel peluang terjadinya multikolinearitas berdasarkan indikator multikolinearitas individu VIF; ICE dan Indeks Kondisi κ_i atau (CI_i) sebagai berikut:

Tabel 2. Peluang Terjadinya Multikolinearitas Berdasarkan
Noise dan Indikator Multikolinearitas Individu

(δ)	VIF_1	VIF_2	VIF_3	ICE_1	ICE_2	ICE_3	CI_1	CI_2	CI_3
0.1	1	1	1	0.46	0.29	0.3	0.88	0.73	0.05
0.2	1	0.997	0.0998	0.3	0.26	0.26	0.66	0.34	0
0.3	0.99	0.761	0.73	0.13	0.18	0.19	0.64	0.36	0
0.4	0.84	0.251	0.242	0.056	0.09	0.1	0.65	0.35	0
0.5	0.47	0.03	0.04	0.02	0.05	0.05	0.67	0.33	0
0.6	0.16	0.007	0.008	0.008	0.006	0.03	0.64	0.36	0
0.7	0.06	0	0	0.002	0.018	0.018	0.65	0.35	0
0.8	0.02	0	0	0.002	0.009	0.009	0.66	0.34	0.001
0.9	0.003	0	0	0.001	0.005	0.005	0.66	0.33	0.001
1	0	0	0	0.002	0.002	0.001	0.65	0.35	0.001

Dari Tabel 2 di atas dapat digambarkan grafik fungsi sensitifitas indikator individu *VIF*, Indeks Kondisi, CI, dan ICE. Dengan sumbu datar Noise dan sumbu tegak sensitifitas / peluang terjadinya multikolinearitas diperoleh grafik sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik Fungsi Sensitifitas Indikator VIF, ICE, dan CI

Berdasarkan Gambar 2 dapat disimpulkan sebagai berikut:

1). Jika Noise δ untuk $0.1 \le \delta < 0.45$, maka *VIF* 1 lebih sensitif dari pada Indeks kondisi (*CI*)1. dan untuk δ = 0.45 *VIF* 1 sama sensitifnya dengan (*CI*)1.

2). Jika $0.45 < \delta \le 1$ maka terlihat kebalikannya (*CI*)1 lebih sensitif dari pada *VIF* 1.

3). Jika $0.1 < \delta \le 0.8$, maka *ICE* 1 paling tidak sensitif dari pada *VIF* 1 dan (*CI*)1.

4). Jika Noise δ untuk $0.1 \le \delta < 0.5$, maka *VIF* 2 lebih sensitif dari pada *ICE* 2.

5). Untuk setiap noise (*CI*)2 lebih sensitif dari *ICE* 2.

6). Jika $0.1 \le \delta < 0.4$, maka *VIF* 2 lebih sensitif dari (*CI*)2, tetapi pada $0.4 \le \delta \le 1$, (*CI*)2 lebih sensitif dari *VIF* 2.

7). Untuk $0.1 \leq \delta \leq 0.2$ *VIF* 3 lebih sensitif dari (*CI*)3, *VIF* 3 lebih berfluktuasi dari pada kedua indeks kondisi lainnya.

8). Untuk $0.1 \leq \delta \leq 0.8$ *ICE* 3 lebih sensitif dari (*CI*)3, dan untuk $\delta > 0.8$ *VIF* 3, *ICE* 3 dan (*CI*)3 sama sensitifitasnya..

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Belsley David A dkk (1980), Regression Diagnostics Identifying Influential Data and Sources of Collinearity, John Wiley & son, New York.

[2]. Curto J.D, Pinto J.C, (2007), New Multicollinearity Indicators in Linear Regression Models , Int'l Statistical Rev. 75,1,114-121 , Lisboa, Portugal.

[3]. Greene William H., (1990), Econometric Analysis, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Yersey.

[4]. Gujarati Damodar N.(2003), Basic Econometrics, Prentice Hall inc. Singapore.

[5]. Kovacs P., Petres T.and Toth L.(2005), A New Measure of Multicollinearity in Linear Regression Models, Int'l Statistical Rev. ,73,3,405-412, printed in Wales by Cambrian Printers , Budape, Hungary.

[6]. Law A.M., Kelton W.D., Simulation Modeling And Analysis, McGraw-Hill, Inc., New York.

[7]. Mishra, (2004), An Algorithm To Generate Variates With Desired Intercorrelation Matrix, Dept. of Economics NEHU, Shillong, India.

[8]. Montgomery, D.C, (1992), Introduction To Linear Regression Analysis, John Wiley & Sons, Inc. New York.

[9]. Norliza Adnan, dkk (2006), A Comparative Study On Some methods For Handling Multicollinearity Problems, Department of Mathematic UTM Skundai, Johor, Malaysia.

[10]. Sembiring R. K., (2003), Analisis Regresi , Penerbit ITB Bandung.