Statistika, Vol. 11 No. 2, 67 – 78
Nopember 2011

Uji Akar-Akar Unit dalam Model Runtun Waktu Autoregresif

RUSDI

Prodi Pendidikan Matematika STAIN Sjech M. Djamil Djambek Bukittinggi
Kampus I: Jl. Paninjauan Garegeh Bukittinggi
Kampus II: Jl. Raya Gurun Aur Kubang Putih Kabupaten Agam.
rusdichatib@yahoo.com

ABSTRAK

Salah satu jenis data penting yang digunakan di dalam analisis empirik adalah data runtun waktu. Dalam meregresikan suatu variabel runtun waktu pada satu(beberapa) variabel runtun waktu yang lain, orang sering memperoleh nilai R^2 yang sangat tinggi meskipun tidak terdapat hubungan yang berarti antara kedua variabel tersebut. Terkadang kita menyangka tidak ada hubungan antara kedua variabel, namun regresi satu variabel pada variabel yang lain sering menunjukkan hubungan yang signifikan. Situasi ini memberikan contoh persoalan regresi lancung. Persoalan regresi lancung bisa muncul dari meregresikan suatu variabel runtun waktu nonstasioner pada satu atau lebih variabel runtun waktu nonstasioner. Oleh karena itu, penting untuk bisa menentukan apakah data runtun waktu stasioner atau tidak. Suatu data runtun waktu disebut stasioner jika ia tidak memuat akar-akar unit. Sebuah uji stasioner (atau nonstasioner) menjadi sangat populer sejak dua dekade terakhir adalah uji akar-akar unit. Makalah ini dimaksudkan untuk menjelaskan bagaimana menggunakan uji akar-akar unit di dalam model runtun waktu khususnya untuk model runtun waktu autoregresif.
Kata-kata kunci: runtun waktu autoregresif, stasioner, akar unit.

ABSTRACT

One of the important types of data used in emperical analysis is time series data. In regressing a time series variable on another time series variable(s), one often obtains a very high R^2 even though there is no meaningful relationship between the two variables. Sometime we expect no relationship between the two variables, yet a regression of one on the other variable often shows a significant relationship. This situation exemplifies the problem of spurious regression. Spurious regression problem may arise from regressing a nonstationary time series variable on one or more nonstationary time series variable(s). Therefore, it considers important to be able to determine whether a time series data is stationary or not. A time series data is called stationary if it does not contain any unit roots. A test of stationary (or nonstationary) has become widely popular since the last two decades is the unit root test. This paper is meant to explain how to use unit root test in time series model especially for an autoregressive time series model.
Key words: autoregressive time series, stationary, unit root.

1. PENDAHULUAN

Penggunaan model regresi linear dalam analisis ekonomi telah demikian luas dan bahkan telah mencakup hampir semua bidang ekonomi. Manfaat yang diperoleh tentu saja tidak diragukan lagi terutama bila ingin diketahui sebab akibat seperti yang diharapkan oleh teori ekonomi, uji hipotesis dan peramalan. Namun dalam pelaksanaannya tidak jarang dijumpai ketimpangan dan kejanggalan sebagai akibat terlupakannya anggapan dasar alat analisis tersebut. Misalnya saja pengabaian terhadap anggapan stasionaritas (*stationarity*) yang merupakan dasar berpijaknya ekonometrika (Insukindro, 1991).

Anggapan stasionaritas ini mempunyai konsekuensi penting di dalam menterjemahkan data dan model ekonomi. Hal ini karena prilaku data yang stasioner sangat berbeda dengan data yang tidak stasioner. Prilaku data yang stasioner antara lain tidak mempunyai variasi yang terlalu besar dan mempunyai kecendrungan untuk mendekati nilai rata-ratanya, dan sebaliknya untuk data yang tidak stasioner (Engle dan Granger, 1987).

Pengabaian terhadap anggapan stasioneritas, maka dalam kasus di mana data yang digunakan tidak stasioner, Granger dan Newbold (1974) berpendapat bahwa regresi yang menggunakan data tersebut biasanya mempunyai nilai R^2 relatif lebih tinggi namu memiliki statistik Durbin-Watson yang rendah. Ini memberi indikasi bahwa regresi yang dihasilkan adalah semrawut (lancung). Akibat yang ditimbulkan oleh regresi lancung antara lain koefisien regresi penaksir tidak efisien, peramalan berdasarkan regresi tersebut akan meleset, dan uji baku yang umum untuk koefisien regresi terkait menjadi tidak sahih (*invalid*).

Segaris dengan pembicaraan di atas, suatu regresi linear dikatakan lancung, bila anggapan dasar klasik regresi linear tidak terpenuhi. Anggapan dasar ini terpenuhi atau tidak, dapat diketahui dengan memberlakukan uji diagnostik terhadap model kita, yang antara lain terdiri atas uji autokorelasi, linearitas dan uji homokedastisitas.. Lebih lanjut, selaras dengan perkembangan teori kointegrasi dalam metode analisis data runtun waktu dalam pembentukan model matematika, suatu regresi linear dapat dianggap lancung bila ia tidak lolos uji stasioneritas dan/atau kointegrasi. Dengan demikian uji stasioneritas dapat dipandang sebagai uji pemula atau prasyarat bagi suatu regresi linear (Insukindro, 1991).

Berdasarkan keterangan di atas jelas bahwa pengamatan terhadap prilaku data ekonomi runtun waktu (*time series)* yang akan digunakan untuk melihat apakah data yang digunakan stasioner atau tidak, dapat dipandang sebagai langkah awal di dalam pembentukan model runtun waktu, yang antara lain dapat dilakukan dengan uji akar-akar unit (*testing for unit roots*). Prosedur untuk uji akar-akar unit ini dapat menggunakan *uji Dickey-Fuller* atau *uji augmented Dickey-Fuller.* Uji lain yang serupa yaitu *uji Dickey-Fuller DLS (ERS), Uji Phillips–Perron, uji Kwiatkowski-Philips-Schmidt-Shin, uji Elliot-Rothenberg-Stock Point-Optimal,* dan *Ng-Perron.* Semuanya mengindikasikan keberadaan akar unit sebagai hipotesis null. Dalam makalah ini akan digunakan *uji Dickey-Fuller* atau *uji augmented Dickey-Fuller* untuk menentukan apakah data runtun waktu mengandung akar unit atau bersifat nonstasioner.

Tulisan ini bertujuan untuk mengetengahkan suatu tinjauan mengenai penerapan uji akar-akar unit dalam model runtun waktu, khususnya dalam model runtun waktu autoregresif, dan diharapkan dapat memberikan kontribusi pemikiran dan pemahaman di dalam melakukan uji akar-akar unit terhadap data runtun waktu.

2. AKAR-AKAR UNIT

Masalah akar-akar unit di dalam ekonometri runtun waktu berkaitan dengan akar-akar polinomial autoregresifnya. Untuk memahami konsep akar-akar unit, pandang model runtun waktu AR(1) berikut:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2) \tag{1}$$

Dalam operator lag L, model (1) di atas dapat ditulis sebagai:

$$(1 - a_1 L)\, y_t = \varepsilon_t$$

dengan $Ly_t = y_{t-1}$. $p(L) = 1 - a_1 L$ merupakan polinomial dalam operator L dan dinamakan polinomial autoregresif y_t, dalam hal ini $p(L)$ polinomial berderajat 1 dalam L. Akar polinomial autoregresif y_t adalah penyelesaian dari persamaan $p(z) = 0$. Jadi polinomial $p(L)$ mempunyai akar $z = 1/a_1$, sebab $p(z) = 0$ apabila $z = 1/a_1$. Jika $a_1 = 1$ diperoleh $z = 1$, sehingga z dinamakan akar unit dan dalam hal ini y_t dikatakan mempunyai akar unit. Jadi, model runtun waktu AR(1)

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

dikatakan mempunyai akar unit jika $a_1 = 1$.

Secara umum akar-akar unit model runtun waktu autoregresif order p, AR(p), dengan $p \geq 1$ dapat dilihat sebagai berikut. Pandang model AR(p):

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \ldots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2) \tag{2}$$

Dalam operator lag L, model (2) di atas dapat ditulis sebagai

$$(1 - a_1 L - a_2 L^2 - \ldots - a_p L^p)\, y_t = a_0 + \varepsilon_t$$

dengan $L^i y_t = y_{t-i}$. $p(L) = (1 - a_1 L - a_2 L^2 - \ldots - a_p L^p)$ merupakan polinomial dalam L dan dinamakan polinomial autoregresif y_t, dalam hal ini $p(L)$ polinomial berderajat (order) p dalam L. Akar-akar polynomial autoregresif y_t adalah penyelesaian dari persamaan $p(z) = 0$. Menurut teorema dasar aljabar, maka polynomial $p(L)$ dapat difaktorkan

$$(1 - a_1 L - a_2 L^2 - \ldots - a_p L^p) = (1 - r_1 L)(1 - r_2 L) \ldots (1 - r_p L)$$

Jadi polynomial p(L) mempunyai akar-akar $z = 1/r_i$, i = 1, 2, …, p, sebab p(z) = 0 apabila z = $1/r_i$, i = 1, 2, …, p. Jika salah satu dari r_i = 1, diperoleh z = 1, sehingga z dinamakan akar unit dan dalam hal ini y_t dikatakan mempunyai unit. Jadi model runtun waktu AR(p)

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \ldots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

dikatakan mempunyai akar unit apabila p(1) = 0, atau $\sum_{i=1}^{p} a_i = 1$.

3. STASIONERITAS

Thomas (1997) mendefinisikan bahwa runtun waktu y_t dikatakan stasioner jika

a) $E(y_t) = \mu$ konstan untuk semua t
b) $Var(y_t) = \sigma^2$ konstan untuk semua t
c) $Cov(y_t, y_{t-k}) = \gamma_k$ konstan untuk semua t, dan k ≠ 0

Jadi, suatu runtun waktu dikatakan stasioner jika mean, variansi dan kovariansinya konstan terhadap waktu. Suatu runtun waktu dikatakan tidak stasioner jika ia tidak memenuhi salah satu kriteria dari definisi di atas.

Konsep akar unit pada model runtun waktu berkaitan dengan konsep stasioneritas. Untuk melihat hubungan ini pandang kembali model runtun waktu AR(1):

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

dengan subtitusi mundur (*back-subtitution*) diperoleh

$$y_t = a_1^t y_0 + \varepsilon_t + a_1\varepsilon_{t-1} + a_1^2\varepsilon_{t-2} + \ldots + a_1^{t-1}\varepsilon_1 = a_1^t y_0 + \sum_{i=0}^{t-1} a_1^i \varepsilon_{t-i}$$

sehingga

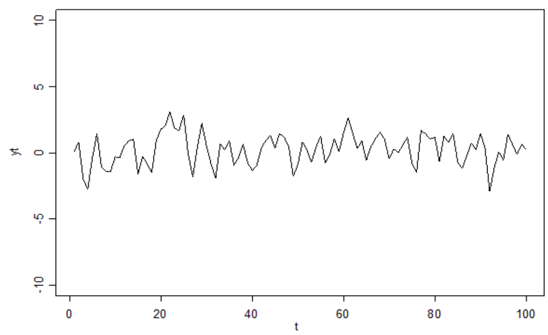
$$E(y_t) = a_1^t y_0 \tag{3}$$

$$Var(y_t) = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{t-1} a_1^{2i} \tag{4}$$

Jika $|a_1| < 1$, maka untuk t yang cukup besar, dari persamaan (3) dan (4) diperoleh $E(y_t) = 0$ dan $Var(y_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1^2}$. Keduanya independen terhadap waktu. Selanjutnya untuk t yang cukup besar, kovarian antara y_t dan y_{t-k} diberikan oleh

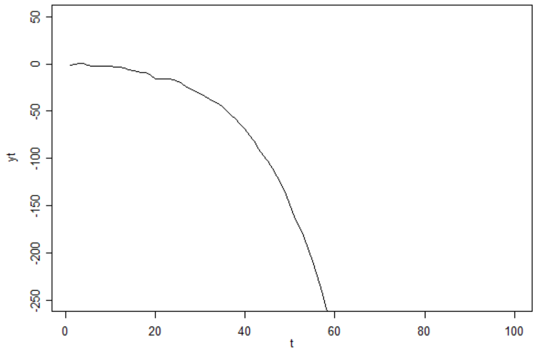
$$Cov(y_t, y_{t-k}) = E[y_t - E(y_t)][y_{t-k} - E(y_{t-k})] = E(y_t\, y_{t-k}) = \frac{a_1^k \sigma_\varepsilon^2}{1 - a_1^2}$$

yang bergantung hanya pada nilai k. Jadi, jika $|a_1| < 1$ (yang berarti y_t tidak mempunyai akar unit), maka runtun waktu y_t stasioner. Gambar 1 menunjukkan grafik 100 observasi data runtun waktu yang dibangun dari model (1) untuk $a_1 = 0{,}5$. Terlihat bahwa grafik cendrung berosilasi disekitar mean 0, yang merupakan salah satu sifat data runtun waktu yang tidak mempunyai akar unit atau stasioner.



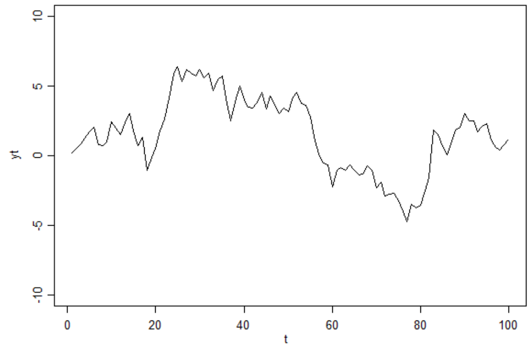
Gambar 1. *Sample Path* $(1 - a_1 L)\, y_t = \varepsilon_t$ untuk $a_1 = 0{,}5$

Jika $|a_1|$ > 1, maka untuk t yang cukup besar, jelas Var(y_t) $\to \infty$, sehingga runtun waktu y_t tidak stasioner dan analisis standar, seperti menghitung uji statistik tidak valid, sebab prosedur ini menggunakan asumsi stasioneritas dan mean dan variansi variabel random berhingga. Jika hal ini terjadi varian variabel tumbuh secara eksponensial yang jarang dijumpai dalam variabel ekonomi. Kasus seperti ini tidak akan dibicarakan karena biasanya tidak relevan dalam ekonomi. Gambar 2 menunjukkan grafik 100 observasi yang dibangun dari model (1) untuk a_1 = 1, 15. Terlihat bahwa grafik bergerak dengan cepat menuju - $\propto$.



Gambar 2. Sampel Path (1 – a_1L) y_t = ε_t untuk a_1 = 1,15

Kasus di mana a_1 = 1 (yang berarti bahwa y_t mempunyai akar unit), dari persamaan (3) dan (4) diperoleh E(y_t) = y_0 dan Var(y_t) = $t\sigma_\varepsilon^2$, sehingga meskipun y_t mempunyai mean yang konstan, tetapi variannya merupakan fungsi dari t, akibatnya y_t tidak stasioner. Gambar 3 menunjukkan grafik 100 observasi dari data runtun waktu dari model (1) untuk a_1 = 1. Terlihat bahwa grafiknya bebas bergerak tanpa ada kecendrungan menuju ke suatu titik kumpul, yang merupakan salah satu sifat data runtun waktu yang mempunyai akar unit atau tidak stasioner.



Gambar 3. Sampel Path (1 – a_1L) y_t = ε_t untuk a_1 = 1,15

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa runtun waktu model AR(1)

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \,,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

dikatakan stasioner jika $|a_1|$ < 1 atau tidak mempunyai akar unit.

4. UJI AKAR AKAR UNIT

Uji akar-akar unit dapat pula dipandang sebagai uji stasioneritas. Hal ini karena pada prinsipnya uji tersebut dimaksudkan untuk menguji apakah koefisien tertentu dalam model autoregresif yang ditaksir mempunyai nilai satu atau tidak. Berkenaan dengan itu banyak pelaku ekonometrika telah dan sedang mengembangkan suatu prosedur untuk uji akar-akar unit. Dalam makalah ini hanya membahas uji yang dikembangkan oleh Dickey-Fuller yang dikenal dengan uji Dickey-Fuller atau uji Augmented Dickey-Fuller.

4.1. Uji Akar Unit Dickey-Fuller

Dickey dan Fuller (1979) memandang tiga model persamaan regresi yang bisa digunakan untuk menguji kehadiran akar unit, yakni

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{5}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{6}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \tag{7}$$

dengan ε_t ~ WN(0, σ^2). Perbedaan antara ketiga regresi tersebut hanya terletak pada keberadaan elemen-elemen deterministik a_0 dan a_2t. Parameter yang menjadi perhatian dalam model tersebut adalah a_1. Jika a_1 = 1 maka y_t mempunyai akar unit, dengan kata lain y_t tidak stasioner. Jika $|a_1|$ < 1 maka y_t tidak mempunyai akar unit, dengan kata lain y_t stasioner. Jadi hipotesis

H_0: a_1 = 1

H_1: $|a_1|$ < 1

dapat diuji menggunakan statistik-t untuk menentukan apakah y_t mempunyai akar unit atau tidak. Model di atas dapat dilakukan reparameterisasi sebagai berikut

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{8}$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{9}$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \tag{10}$$

dengan Δy_t = y_t – y_{t-1} dan γ = a_1 – 1. Ketiga model regresi ini dikenal sebagai regresi Dickey-Fuller. Parameter yang menjadi perhatian pada ketiga model regresi Dickey-Fuller ini sekarang adalah γ. Jika γ = 0, yang berarti a_1 =1, maka y_t mempunyai akar unit atau y_t tidak stasioner. Jadi hipotesis

H_0: γ = 0

H_1: γ < 0

dapat diuji untuk mengetahui kehadiran akar unit pada ketiga persamaan di atas. Untuk menguji hipotesis di atas, terlebih dahulu dilakukan estimasi terhadap parameter γ.

Parameter γ dalam persamaan di atas dapat diestimasi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa (*ordinary least square* = *OLS*). Estimasi parameter γ dengan metode OLS adalah mencari harga γ yang meminimumkan $\sum \varepsilon_t^2$. Misalnya pada persamaan (8), karena $\varepsilon_t = \Delta y_t - \gamma y_{t-1}$ maka S = $\sum \varepsilon_t^2$ = $\sum (\Delta y_t - \gamma y_{t-1})^2$. Dari $\left.\frac{\partial S}{\partial \gamma}\right|_{\gamma=\hat{\gamma}} = 0$, diperoleh $\hat{\gamma} = \frac{\sum y_t \Delta y_t}{\sum y_{t-1}^2}$. Karena $\left.\frac{\partial^2 S}{\partial \gamma^2}\right|_{\gamma=\hat{\gamma}} > 0$, maka $\hat{\gamma}$ meminimumkan S = $\sum \varepsilon_t^2$, artinya $\hat{\gamma}$ adalah penaksir kuadrat terkecil dari γ. Peaksir $\hat{\gamma}$ digunakan dalam menghitung statistik-t untuk menguji hipotesis nol. Uji hipotesis H_0: γ = 0 pada persamaan (8) di atas dapat dilakukan dengan menggunakan statistik-t yang didefinisikan sebagai sebagai

$$\tau = \frac{\hat{\gamma} - \gamma}{se(\hat{\gamma})}$$

dengan $\hat{\gamma}$ adalah penaksir kuadrat terkecil dari γ dan se($\hat{\gamma}$) adalah kesalahan standar (*standar error*) dari $\hat{\gamma}$. Nilai statistik-t dibandingkan dengan nilai kritis DF (nilai kritis statistik-t) untuk menentukan apakah menerima atau menolak hipotesis nol. Aturan keputusan diambil berdasarkan kriteria berikut:

1. Jika statistik-t lebih besar dari nilai kritis DF maka terima H_0 dan disimpulkan y_t mempunyai akar unit atau y_t tidak stasioner
2. Jika statistik-t kurang dari nilai kritis DF maka tolak H_0 dan disimpulkan y_t tidak mempunyai akar unit atau y_t stasioner.

Namun perlu diperhatikan bahwa nilai kritis statistik-t bergantung pada apakah *intercept* atau *drift* a_0 dan/atau *time trend* a_2t dilibatkan di dalam persamaan regresi. Di dalam studi Monte Carlonya, Dickey dan Fuller (1979) menemukan bahwa nilai kritis untuk $\gamma = 0$ bergantung pada bentuk regresi dan ukuran sampel. Jadi, statistik-t yang diberi label τ, τ_μ dan τ_τ masing-masing adalah statistik yang tepat yang digunakan bagi persamaan (8), (9) dan (10) yang masing-masing mempunyai nilai kritisnya sendiri(Enders, 1995).

4.2 Uji Akar-Akar Unit Augmented Dickey-Fuller

Tidak semua proses runtun waktu dapat direpresentasikan dengan baik dengan model AR(1) seperti di atas. Jika y_t merupakan suatu autoregresif tingkat p, dengan $p \geq 1$, Dickey dan Fuller menambahkan tiga statistik-F untuk uji hipotesis gabungan (*joint hypotesis*) pada koefisien-koefisien model autoregresif yang terbentuk. Uji akar-akar unit metode Dickey-Fuller untuk model autoregresif tingkat p dengan $p \geq 1$ dikenal sebagai uji dickey-Fuller Diperluas (*Augmented Dickey-Fuller Tes*).

Misalkan runtun waktu y_t mengikuti model AR(p), $p \geq 1$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \dots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

Dengan mensubtitusikan $y_{t-p} = y_{t-p+1} - \Delta y_{t-p+1}$ pada model di atas secara rekursif, diperoleh

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

dengan $\gamma = \sum_{i=1}^{p} a_i - 1$ dan $\beta_1 = \sum_{j=1}^{p} a_j$, sehingga persamaan (8), (9), dan (10) dapat ditulis sebagai

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \tag{11}$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \tag{12}$$

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \tag{13}$$

Koefisien yang menjadi perhatian pada ketiga model di atas adalah γ. Jika $\gamma = 0$, yang berarti $\sum_{i=1}^{p} a_i = 1$, maka persamaan dalam diferensi pertama mempunyai akar unit. Nilai kritis statistik-t tidak berubah apabila persamaan (8), (9) dan (10) diganti dengan persamaan (11), (12) dan (13). Statistik τ, τ_μ dan τ_τ semuanya dapat digunakan untuk uji hipotesis nol $\gamma = 0$ (Enders, 1995). Dickey-Fuller menambah tiga statistik-F, sebut ϕ_1, ϕ_2, dan ϕ_3 untuk menguji hipotesis gabungan pada koefisien-koefisien model di atas. Persamaan (9) atau (12), hipotesis nol $\gamma = a_0 = 0$ diuji menggunakam statistik ϕ_1. Persamaan (10) atau (13), hipotesis gabungan $a_0 = \gamma = a_2 = 0$ diuji menggunakan statistik ϕ_2, dan hipotesis gabungan $\gamma = a_2 = 0$ diuji menggunakan statistik ϕ_3.

Persamaan Statistik ϕ_1, ϕ_2, dan ϕ_3 dikonstruksi secara sama seperti uji-F:

$$\phi_i = \frac{(RSS_R - RSS_U)/r}{RSS_u/(T-K)}$$

dengan

RSS_R = jumlah kuadrat residual dari model yang dibatasi (*the sums of the squared residual from the restricted models*)

RSS_u = jumlah kuadrat residual dari model yang tanpa dibatasi (*the sums of the squared residual from the unrestricted model*)

r = banyaknya pembatasan (number of restrictions)

T = banyaknya pengamatan

K = banyaknya parameter yang diestimasi dalam model tanpa dibatasi (*number of parameters estimated in the unrestricted model*)

Hipotesis nol H_0 dalam setiap kasus adalah data yang dibangun oleh model yang dibatasi (*restricted model*) dan hipotesis alternatif H_1 adalah data yang dibangun oleh model tanpa dibatasi. Untuk lebih memperjelas uji hipotesis menggunakan ketiga statistik-F tersebut diringkas dalam tabel di bawah

Selanjutnya hubungkan nilai ϕ_i dengan nilai kriti ADF untuk menentukan apakah menerima atau menolak H0. Keputusan diambil berdasarkan aturan sebagai berikut:

1. Jika ϕ_i lebih besar dari nilai kritis ADF maka tolak hipotesis nol dan simpulkan bahwa pembatasan mengikat (*binding*)
2. Jika ϕ_i kurang dari nilai kritis ADF maka terima hipotesis nol dan simpulkan bahwa pembatasan tidak mengikat (not *binding*)

Terakhir terdapat kemungkinan untuk menguji hipotesis mengenai arti suku *drift* a_0 dan *time trend* a_2. Di bawah H_0: $\gamma = 0$, uji kehadiran time trend pada (13) diberikan oleh statistik $\tau_{\beta\tau}$. Jadi statistik ini menguji $a_2 = 0$ diketahui $\gamma = 0$. Untuk uji hipotesis $a_0 = 0$, gunakan statistik $\tau_{\alpha\tau}$ jika mengestimasi model (13), dan statistik $\tau_{\alpha\mu}$ jika mengestimasi model (12). Lebih jelasnya diringkas dalam tabel di bawah

Tabel 1. Ringkasan Uji Dickey-Fuller

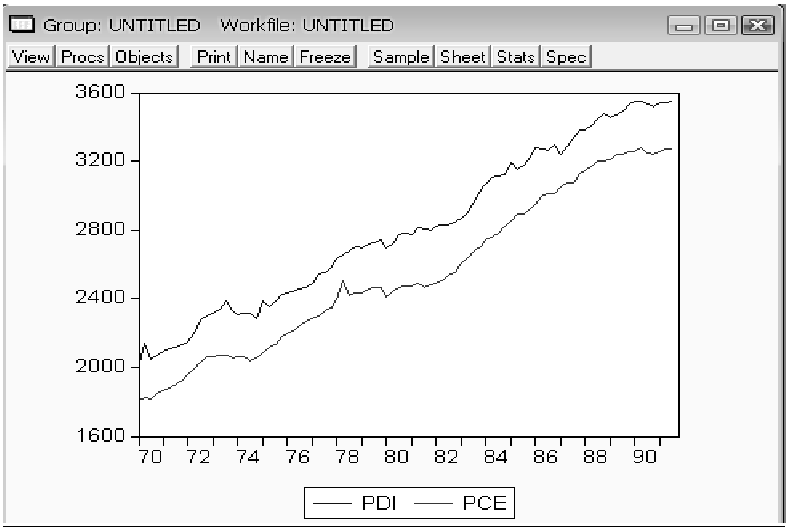
Model	**Hipotesis**	**Statistik uji**	**Nilai kritis untuk interval kepercayaan 95% dan 99%**
$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t$	$\gamma = 0$	τ_μ	-3,45 dan -4,04
	$a_0 = 0$ diketahui $\gamma = 0$	$\tau_{\alpha\mu}$	3,11 dan 3,78
	$a_2 = 0$ diketahui $\gamma = 0$	$\tau_{\beta\tau}$	2,79 dan 3,53
	$\gamma = a_2 = 0$	ϕ_3	6,49 dan 8,73
	$a_0 = \gamma = a_2 = 0$	ϕ_2	4,88 dan 6.50
$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	$\gamma = 0$	τ_μ	-2, 89 dan -3,51
	$a_0 = 0$ diketahui $\gamma = 0$	$\tau_{\alpha\mu}$	2,54 dan 3,22
	$a_0 = \gamma = 0$	ϕ_1	4,71 dan 6,70
$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$	$\gamma = 0$	τ	-1,95 dan -2,60

Sumber: Walter Enders, "Applied Econometric Time Series," John Wiley & Sons, New York, 1995.

5. CONTOH APLIKASI

Untuk lebih memahami konsep uji akar-akar unit dalan analisis runtun waktu, Sebagai contoh diambil data Ekonomimakro Amerika Serikat berupa *Personal Disposable Income* (PDI) dan

Personal Consumption Expenditure (PCE), tahun 1970 – 1991 dalam bentuk kuartalan. Sumber data diambil dari “Damodar N. Gujarati, 2003, *Basic Econometrics*, Mc Graw Hill, New York”. Plot dari data tersebut seperti terlihat pada gambar 4 di bawah. Gambar plot data biasanya merupakan langkah pertama di dalam analisis runtun waktu. Terlihat bahwa data runtun waktu *Personal Disposable Income* (PDI) dan *Personal Consumption Expenditure* (PCE) mempunyai kecendrungan naik sekalipun dengan fluktuasi. Jadi secara analisis grafis dapat dikatakan bahwa kedua data tidak stasioner.



Gambar 4. Plot data PDI dan PCE

Untuk melihat stasioneritas data PDI dan PCE secara mekanisme statistik dapat dilakukan dengan menerapkan uji akar-akar unit Dickey-Fuller. Prosedur uji akar unit DF didasarkan pada ketiga model regresi (4), (5) dan (6). Untuk data PDI, variabel dependennya adalah Δy_t = ΔPDI, sehingga uji akar unit DF didasarkan pada ketiga model regresi

$$\Delta PDI_t = \gamma PDI_{t-1} + \varepsilon_t \tag{14}$$

$$\Delta PDI_t = a_0 + \gamma PDI_{t-1} + \varepsilon_t \tag{15}$$

$$\Delta PDI_t = a_0 + \gamma PDI_{t-1} + a_2 t + \varepsilon_t \tag{16}$$

Langkah pertama dalam uji akar unit DF terhadap data PDI adalah mengestimasi model regresi (14), atau (15), atau (16) dengan metode kuadrat terkecil biasa untuk menghitung nilai statistik-t

$$\tau = \frac{\hat{\gamma} - \gamma}{se(\hat{\gamma})}$$

Statistik-t kemudian digunakan untuk menguji hipotesis

H_0: $\gamma = 0$

H_1: $\gamma < 0$

Aturan keputusan adalah sebagai berikut:

1. Jika τ > nilai kritis DF, maka H_0 diterima, artinya data PDI mempunyai akar unit (tidak stasioner).

2. Jika τ < nilai kritis DF, maka H_0 ditolak, artinya data PDI tidak mempunyai akar unit (stasioner).

Menggunakan program EViews 4, untuk persamaan regresi pertama diperoleh hasil

Series: PDI Workfile: UNTITLED

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PDI

ADF Test Statistic	4.867194	1% Critical Value*	-2.5897
		5% Critical Value	-1.9439
		10% Critical Value	-1.6177

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PDI)
Method: Least Squares
Date: 06/06/11 Time: 12:35
Sample(adjusted): 1970:2 1991:4
Included observations: 87 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PDI(-1)	0.006094	0.001252	4.867194	0.0000

R-squared	-0.021240	Mean dependent var	17.89540
Adjusted R-squared	-0.021240	S.D. dependent var	32.72293
S.E. of regression	33.06863	Akaike info criterion	9.846475
Sum squared resid	94043.94	Schwarz criterion	9.874819
Log likelihood	-427.3217	Durbin-Watson stat	2.300790

Berdasarkan hasil di atas terlihat bahwa koefisien PDIt-1 hasil estimasi memberikan hasil positif (γ= 0.006094). Akan tetapi $\gamma = a1 - 1$, akibatnya $a_1 > 1$. Hal ini memenuhi kasus $|a_1| > 1$ pada bagian 3. Walaupun secara teoritis mungkin, namun hal ini tidak relevan dalam ekonomi seperti yang telah dijelaskan pada bagian 3. sehingga model (14) harus dikeluarkan (tidak perlu diproses lebih lanjut) karena tidak tepat. Untuk model (15) diperoleh hasil-hasil seperti berikut

Series: PDI Workfile: KERJA MAKALAH KONFERENSI

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PDI

ADF Test Statistic	-0.674056	1% Critical Value*	-3.5064
		5% Critical Value	-2.8947
		10% Critical Value	-2.5842

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PDI)
Method: Least Squares
Date: 06/07/11 Time: 23:25
Sample(adjusted): 1970:2 1991:4
Included observations: 87 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PDI(-1)	-0.005061	0.007508	-0.674056	0.5021
C	32.02868	21.26082	1.506465	0.1357

R-squared	0.005317	Mean dependent var	17.89540
Adjusted R-squared	-0.006385	S.D. dependent var	32.72293
S.E. of regression	32.82724	Akaike info criterion	9.843114
Sum squared resid	91598.34	Schwarz criterion	9.899802
Log likelihood	-426.1755	F-statistic	0.454352
Durbin-Watson stat	2.335917	Prob(F-statistic)	0.502105

Terlihat bahwa koefisien PDI_{t-1} hasil estimasi adalah negatif (γ = -0.005061), akibatnya a_1 < 1. Nilai estimasi a_1 adalah 0.994939. Jika nilai ini signifikan secara statistik di bawah 1, maka runtun waktu PDI stasioner. Untuk model (15), nilai statistik-t adalah τ = -0.671576 lebih besar dari nilai kritis DF (=-3.5064, -2.8947, dan -2.5842 masing-masing pada taraf signifikan 1%, 5%, dan 10%). Menurut aturan keputusan (*decision rule*) uji akar unit DF H_0 tidak dapat ditolak, artinya data PDI mempunyai akar unit atau tidak stasioner.

Untuk persamaan (16) diperoleh hasil seperti di bawah ini. Nilai statistik-t adalah τ = -3.043420 juga lebih besar dari nilai kritis DF (=-4.0661, -3.4614, dan -3.1567 masing-masing pada taraf signifikan 1%, 5%, dan 10%), jadi kita tidak bisa menolak H_0. Hal ini berarti data runtun waktu PDI mempunyai akar unit atau tidak stasioner.

Series: PDI Workfile: KERJA MAKALAH KONFERENSI

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Sample | Genr | Sheet | Stats | Ident | Line | Bar

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PDI

ADF Test Statistic	-3.043420	1% Critical Value*	-4.0661
		5% Critical Value	-3.4614
		10% Critical Value	-3.1567

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(PDI)
Method: Least Squares
Date: 06/07/11 Time: 23:48
Sample(adjusted): 1970:2 1991:4
Included observations: 87 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PDI(-1)	-0.206789	0.067946	-3.043420	0.0031
C	428.7764	134.4314	3.189555	0.0020
@TREND(1970:1)	3.786630	1.268273	2.985659	0.0037

R-squared	0.100747	Mean dependent var	17.89540
Adjusted R-squared	0.079336	S.D. dependent var	32.72293
S.E. of regression	31.39806	Akaike info criterion	9.765244
Sum squared resid	82810.42	Schwarz criterion	9.850275
Log likelihood	-421.7881	F-statistic	4.705408
Durbin-Watson stat	2.107414	Prob(F-statistic)	0.011562

Untuk mempertegas stasioneritas data runtun waktu PDI, kita mengadopsi uji ADF. Persamaan regresi didasarkan pada bentuk

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

Hasil estimasi diperoleh hasil sebagai berikut

$$\Delta PDI_t = 397.8031 - 0.190591 PDI_{t-1} + 3.489803t - 0.072397 \Delta PDI_t$$

$$(2.774481) \quad (-2.616581) \quad (2.565207) \quad (-0.651966)$$

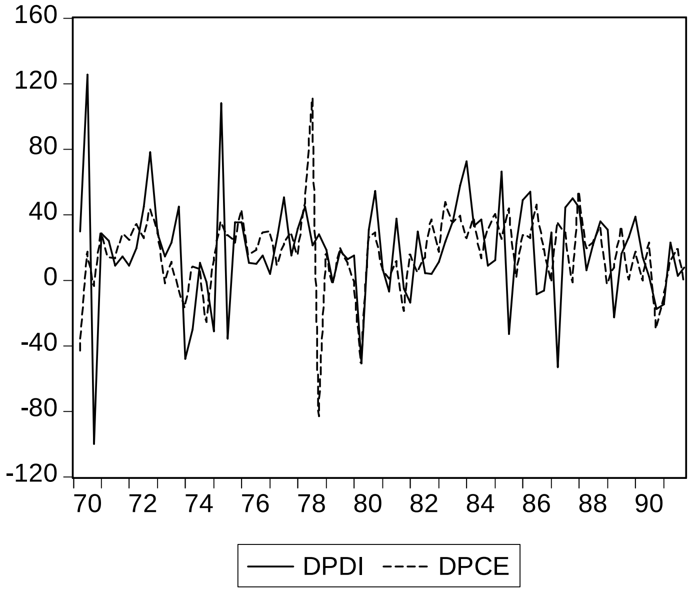
$$R^2 = 0.104891 \quad d = 1.877961$$

Nilai statistik-t (τ) dari koefisien PDI_t (γ) adalah -2.616581 lebih besar dari nilai kritis ADF (= -4.0673, -3.4620, -3.1570 masing-masing pada taraf signifikan 1%, 5%, dan 10%), sehingga runtun waktu PDI tidak stasioner. Dengan cara serupa diperoleh hasil bahwa data runtun waktu PCE juga tidak stasioner.

Berdasarkan pada analisis grafis dan analisis statistik, yaitu dengan uji DF/ADF dapat disimpulkan bahwa kedua data ekonomi runtun waktu PDI dan PCE tidak stasioner. Untuk menghindari persoalan regresi lancung yang bisa muncul dari meregresikan suatu runtun waktu nonstasioner pada satu atau lebih runtun waktu nonstasioner, kita harus mentranformasi data runtun waktu nonstasioner untuk membuatnya stasioner. Tranformasi harus dilakukan untuk membuang *trend* adalah dengan melakukan differencing data (Subanar, 2001). Persamaan regresinya adalah

$$\Delta(\Delta PDI_t) = a_0 + \gamma \Delta PDI_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (17)$$

dengan $\Delta PDI_t = PDI_t - PDI_{t-1}$, dan hasilnya secara grafis sebagai berikut



Gambar 5. Diferensi pertama data PDI dan PCE

Grafik di ats menunjukkan bahwa kedua runtun memiliki mean dan varian yang konstan yang berakibat diferensi pertama kedua runtun waktu PDI dan PCE mencapai stasioner. Untuk melihat stasioneritas diferensi data PDI secara analisis statistik juga dapat dilakukan dengan menerapkan uji akar unit DF. Misalkan $D_t = \Delta PDI_t$ Estimasi persamaan (17) diperoleh hasil sebagai berikut

$$\Delta D_t = 20.80776 - 1.169152 D_{t-1}$$
$$t = (5.183153) \qquad (-10.87389)$$
$$R^2 = 0.584655 \qquad d = 1.919861$$

Ternyata nilai statistik-t dari koefisien D_{t-1} adalah τ = -10.87389 kurang dari nilai kritis ADF = -3.5073 pada taraf signifikan 1%, kita simpulkan bahwa data runtun waktu PDI mencapai stasioner pada diferensi pertama. Analog dengan PDI, diperoleh hasil bahwa deret waktu PCE juga mencapai stasioner setelah dilakukan diferensi pertama.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Dickey, David A dan Wayne A. Fuller, (1979), Distribusi of Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root, Journal of the American Statistical Association, Vol. 74, No. 366.
[2]. Dickey, David A, William R. Bell dan Robert B. Miller, [1986], Unit Roots in Time Series Models: Test and Implications, The American Statistician, Vol. 40, No. 1.
[3]. Granger, C.W.J dan P. Newbold (1974), Spurious Regressions in Ekonometrics, Journal of Econometrics, Vol. 2.
[4]. Enders, Walter, 1995, Applied Econometric Time Series. John Wiley & Sons, New York.
[5]. Green, William H, 2000, Econometric Analysis, Macmillan Publishing Company, New York.
[6]. Gujarati, Damodar N, Basic Econometric, Mc Graw Hill, 2000.
[7]. Insukindro, 199?, Pendekatan Kointegrasi dalam Analisis Economi: Studi Kasus Permintaan Deposito Dalam Valuta Asing di Indonesia, Jurnal Ekonomi Indonesia, Vol. 1 No. 2.
[8]. Insukidro, 1991, Regresi linier Lancung dalam Analisis Ekonomi: Suatu Tinjauan Dengan satu studi kasusbdi Indonesia, Jurnal Ekonomi dan Bisnis Indonesia, No.1 Tahun VI.
[9]. Subanar, 2001, Model ARCH, GARCH, dan Model Runtun Waktu Semi Parametrik, Makalah pada Seminar Nasional Statistika V di ITS Surabaya.
[10]. Thomas, R. L, 1997, Modern Econometrics: An Introduction, Addison-Wesley, New York.