Statistika, Vol. 13 No. 2, 65 – 72
November 2013

Optimasi Penaksir Respon Primer Orde Dua dengan Kendala Model Orde Satu untuk Model Permukaan Multirespon pada Rancangan Percobaan Campuran Kasus Pembuatan Pupuk Bokashi

RUSLAN

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Jurusan Matematika,
Program Studi Statistika Universitas Halu Oleo
Kampus Bumi Tridharma Andounohu, Kendari 93232
Email: rushlan_a@yahoo.com

ABSTRAK

Berbagai percobaan dilakukan untuk menemukan komposisi terbaik dari komponen percobaan yang menghasilkan respon optimum. Rancangan percobaan yang melibatkan asumsi jumlah proporsi komponen sama dengan satu adalah rancangan percobaan campuran, sedangkan model yang mengasumsikan bahwa terdapat r respon dan q komponen disebut model permukaan multirespon. Penentuan kondisi optimum sangat berkaitan dengan metode optimasi. Metode optimasi yang dikembangkan adalah metode dual respon pada model permukaan multirespon untuk rancangan percobaan campuran pada kondisi penaksir respon primer orde dua dengan kendala kendala yang memiliki model orde satu. Metode optimasi yang dikembangkan tersebut diterapkan pada kasus pembuatan pupuk bokashi. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan komposisi terbaik dari proporsi komponen pupuk bokashi yang akan membuat kadar N (Y1), P (Y2) dan K (Y3) yang maksimum. Kondisi optimum akan dicapai untuk Kadar N maksimum yang mengikuti model permukaan multirespon orde dua dengan kendala kadar P dan kadar K serta jumlah proporsi komponen adalah satu yaitu 6,109 ml/gr dengan hanya menggunakan proporsi banyaknya bahan pupuk kandang 1 kg tanpa mencampurkan proporsi sampah daun sono maupun sekam dan dedak pada pembuatan 1 kg pupuk Bokashi.
Kata kunci: Model permukaan multirespon, Metode optimasi dual respon, Pupuk Bokashi, Rancangan percobaan campuran.

ABSTRACT

Various experiments were conducted to find the best composition of the experimental components that generate optimum response. The design of experiments involving assumption that amount of the proportion of the components equals one are the mixture experimental design, while the model assumes that there are r responses and q component are multiresponse surface model. Determination of optimum conditions is associated with the optimization method. the developed optimization methods is a method of dual response for multiresponse surface model of the experimental design of mixture under conditions of the primary response estimator has second order model with constraints that has the first order models. The develoved optimization methods will be applied to the case of bokashi fertilizer. This study aims to determine the best composition of the proportion of the components that will make the bokashi fertilizer that levels of N (Y1), P (Y2) and K (Y3) is maximum. Optimum conditions to be achieved to the N maximum levels that has the multirespon surface model with second order model have a constraint of levels of P and K and the sum of components proportion is one,that is 6.109 ml / g using only the amount of material proportion of 1 kg of manure without mixing proportions of sono leaf litter , proportions of husk and proportions of bran in the manufacture of 1 kg Bokashi fertilizer.
Keywords: Multiresponse surface model, Dual response optimization method, Bokashi fertilizer, Misture experimental design.

1. PENDAHULUAN

Efisiensi adalah hal yang sangat diperlukan dalam berbagai hal, terutama di berbagai bidang yang bertujuan untuk mengoptimumkan hasil yang diinginkan. Berbagai percobaan dilakukan untuk menemukan komposisi terbaik dari komponen percobaan yang menghasilkan respon respon optimum. Penentuan kondisi optimum sangat berkaitan dengan metode optimasi. Penelitian-penelitian terdahulu mengenai metode optimasi diantaranya telah dilakukan Myers dan Carter [6] yaitu metode dual respon yaitu metode optimasi yang bertujuan untuk mendapatkan kondisi optimum secara simultan. Sedangkan Cornell [2] telah meneliti rancangan percobaan yang melibatkan kendala jumlah proporsi komponen adalah satu disebut rancangan percobaan campuran, sementara Khuri dan Cornell [5] telah membahas model yang mengasumsikan bahwa terdapat r buah respon dan q buah komponen disebut model permukaan multirespon. Sehingga diperlukan suatu metode untuk menentukan kondisi optimum pada model permukaan multirespon untuk rancangan percobaan campuran. Metode optimasi yang dikembangkan adalah metode dual respon pada model permukaan multirespon untuk rancangan percobaan campuran pada kondisi penaksir respon primer orde dua dengan kendala kendala yang memiliki model orde satu. Metode optimasi yang dikembangkan tersebut diterapkan pada kasus pembuatan pupuk bokashi. Pupuk Bokashi adalah suatu pupuk organik dari beberapa macam limbah dengan menambahkan efektif mikroorganisme (EM)(Higa, [4]. Penelitian mengenai pembuatan pupuk Bokashi menggunakan model permukaan multirespon untuk rancangan percobaan campuran optimum telah dilakukan oleh Ruslan *et al.,* [7] tetapi tidak sampai melakukan optimasi pada respon responnya. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan komposisi terbaik dari proporsi komponen pupuk bokashi yang akan membuat kadar N (Y_1), P (Y_2) dan K (Y_3) yang maksimum. Komponen pupuk bokashi yang digunakan dalam penelitian ini adalah sampah lingkungan yang terdiri dari sampah daun trembesi (X_1) yang masing-masing ditambahkan pupuk kandang (X_2), sekam (X_3) dan dedak (X_4).

2. METODE PENELITIAN

2.1. Rancangan Percobaan Campuran (*Mixture Design*)

Menurut Cornell [2], rancangan percobaan campuran pada umumnya memiliki situasi dimana faktor (xi) merupakan proporsi komposisi suatu campuran, dan tarafnya tidak saling bebas. Tujuan rancangan percobaan campuran adalah membentuk model statistika yang sesuai menjadi model permukaan respon atas ruang seluruh faktor simpleks sehingga memungkinkan untuk memprediksi respon secara empiris dari rancangan percobaan simpleks. Dalam percobaan campuran jika xi merupakan proporsi komponen ke-i dalam campuran dimana banyaknya komponen adalah q, maka:

$x_i \geq 0$ dengan i = 1,2,...,q (1)

$$\sum_{i=1}^{q} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_q = 1 \quad (2)$$

2.2. Model Permukaan Multirespon

Metode permukaan respon merupakan suatu metode yang mencakup cara pengukuran respon, cara penentuan model statistika yang meliputi penaksiran parameter dan pengujian hipotesis, serta cara penentuan kondisi optimum pada faktor-faktor percobaan yang menghasilkan nilai respon yang optimum (Khuri dan Cornell [5]).

Menurut Khuri dan Cornell [5], pada model permukaan multirespon, diasumsikan bahwa n adalah banyaknya pengamatan yang dilakukan dan p adalah banyaknya variabel respon yang dapat diukur untuk setiap taraf dari suatu kumpulan q faktor kuantitatif $x_1, x_2, \ldots, x_q$. Diasumsikan variabel respon dapat dijelaskan dengan model regresi polinomial pada nilai xi, dalam daerah tertentu. Model permukaan respon ke-r dapat ditulis dalam bentuk vektor

$$\tilde{y}_r = \mathbf{X}_r \tilde{\beta}_r + \tilde{\varepsilon}_r, \quad r = 1, 2, \ldots, p \quad , \quad (3)$$

dengan $\tilde{y}_r = \begin{bmatrix} y_{r1} & y_{r2} & \cdots & y_{rn} \end{bmatrix}^T$ adalah vektor observasi berukuran n x 1 pada respon ke-r, Xr adalah matriks berukuran n $\times$ kr dengan rank (Xr) = kr, matriks tersebut merupakan fungsi yang diketahui dari taraf-taraf faktor. $\tilde{\beta}_r$ adalah vektor parameter untuk variabel respon ke r berukuran $k_r \times 1$. $\tilde{\varepsilon}_r$ adalah vektor random error berukuran $n \times 1$ yang berhubungan dengan respon ke-r, dengan asumsi $E(\tilde{\varepsilon}_r) = \tilde{0}$, $Var(\tilde{\varepsilon}_r) = \sigma_{rr}\mathbf{I}_n$, $Cov(\varepsilon_r, \varepsilon_s) = \sigma_{rs}$, untuk r, s = 1, 2, ..., p dengan $r \neq s$. Model permukaan multirespon orde satu untuk rancangan percobaan campuran dari sampel ke-u adalah

$$y_{ru} = \sum_{i=1}^{q} \beta_{iru} x_{iu} + \varepsilon_{ru}, \quad u = 1, 2, ..., n \text{ dan } r = 1, 2, ..., p, \tag{4}$$

sedangkan model permukaan multirespon orde dua pada rancangan percobaan campuran adalah:

$$y_r = \sum_{i=1}^{q} \beta_{ir} x_{ir} + \sum_{\substack{i=1 \\ i<j}}^{q} \sum_{j=1}^{q} \beta_{ijr} x_{ir} x_{jr} + \varepsilon_r, \quad r = 1, 2, 3, ...p, \tag{5}$$

dengan kendala $\tilde{x}^T \tilde{1} = 1$.

Menurut Ruslan et al., [8], penaksiran parameter pada model permukaan multirespon orde satu dan orde dua diperoleh proposisi sebagai berikut:

Proposisi 1. Jika rancangan percobaan campuran mengikuti model permukaan multirespon orde satu yang mengikuti model persamaan (4) dimana $vec(\hat{\mathbf{B}})$ adalah vektor penaksir parameter maka diperoleh

$$vec(\hat{\mathbf{B}}) = \left(\mathbf{I}_p \otimes (\mathbf{D}^T\mathbf{D})^{-}\mathbf{D}^T\right) vec(\mathbf{Y}) \tag{6}$$

dimana D(nxq) = = $\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1(q-1)} & 1 - x_{11} - x_{12} - \cdots - x_{1(q-1)} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2(q-1)} & 1 - x_{21} - x_{22} - \cdots - x_{2(q-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{n(q-1)} & 1 - x_{n1} - x_{n2} - \cdots - x_{n(q-1)} \end{bmatrix}$, dengan n > q.

Untuk penaksir orde dua $vec(\hat{\mathbf{B}})$ diperoleh dengan mengganti D dengan $\mathbf{X}^*$ dimana $\mathbf{X}^*$ = $\left[\mathbf{D} \left| \begin{matrix} x_{11}x_{12} & x_{11}x_{13} & \cdots & x_{1(q-1)}x_{1q} \\ x_{21}x_{22} & x_{21}x_{23} & \cdots & x_{2(q-1)}x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1}x_{n2} & x_{n1}x_{n3} & \cdots & x_{n(q-1)}x_{nq} \end{matrix} \right.\right]$. Langkah berikutnya setelah menentukan penaksiran parameter adalah pengujian hipotesis. Pengujian hipotesis bertujuan untuk menentukan keberartian parameter paramater baik secara serentak ataupun secara individu di dalam model persamaan. Menurut Anderson [1] suatu statistik uji U untuk $r = 1$ mengikuti distribusi $\frac{1 - U_{1,m,n^*}}{U_{1,m,n^*}} \frac{n^*}{m} \sim F_{m,n^*}$, sedangkan untuk m = 1 diperoleh $\frac{1 - U_{p,1,n^*}}{U_{p,1,n^*}} \frac{n^* + 1 - p}{m} \sim F_{p,n^* + 1 - p}$.

Untuk r = 2 diperoleh $\dfrac{1-U_{2,m,n^*}^{\frac{1}{2}}}{U_{2,m,n^*}^{\frac{1}{2}}}\dfrac{(n^*-1)}{m} \sim F_{2m,2(n^*-1)}$, dan untuk r = p dan m = 2 diperoleh $\dfrac{1-U_{p,2,n^*}^{\frac{1}{2}}}{U_{p,2,n^*}^{\frac{1}{2}}}\dfrac{(n^*+1-p)}{p} \sim F_{2p,2(n^*+1-p)}$, dimana p adalah banyaknya variabel respon, m adalah banyaknya kolom pada B*1 dimana B*1 adalah matriks partisi parameter B* dimana B* = [B*1 B*2]. B*2 adalah suatu matriks dengan $\left(\dfrac{p(p+1)}{2}-m\right)$ kolom dan n* = n–rank(X*). Pada model orde satu, U digantikan oleh $\dfrac{\left|\mathbf{Y}^{\mathbf{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{D}(\mathbf{D}^{\mathbf{T}}\mathbf{D})^{-}\mathbf{D}^{\mathbf{T}})\mathbf{Y}\right|}{\left|\mathbf{Y}^{\mathbf{T}}\mathbf{Y}\right|}$, sedangkan pada model orde dua U digantikan oleh $\dfrac{\left|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}-\mathbf{X}^*(\mathbf{X}^{*\mathrm{T}}\mathbf{X}^*)^{-}\mathbf{X}^{*\mathrm{T}})\mathbf{Y}\right|}{\left|\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}\right|}$. Statistik uji untuk menguji penaksir parameter secara individu adalah $t_{hit}=\dfrac{\hat{\beta}_{ir}}{se(\hat{\beta}_{ir})}$ dimana $se(\hat{\beta}_{ir})$ = akar dari elemen diagonal $\left(\mathbf{\Sigma}\otimes\left(\mathbf{X}^{*T}\mathbf{X}^*\right)^{-}\right)$. H0 ditolak jika $|t_{hit}| > t_{(\alpha/2,\nu)}$, dimana ν adalah derajat bebas dengan nilai ν yaitu (n-rank(X*)).

2.3. Metode Optimasi Dual Respon

Penelitian Myers dan Carter [6] bertujuan untuk mendapatkan kondisi optimum dari respon-respon secara simultan. Jika terdapat 2 buah respon dan *q* faktor dengan masing-masing respon merupakan fungsi kuadratik maka berdasarkan metode dual respon, respon pertama akan dioptimumkan terhadap respon lainnya sebagai kendala. Respon pertama dapat dinyatakan sebagai berikut: $\hat{Y}_p(\tilde{x}^*)=\tilde{Y}_1=b_{01}+\tilde{x}^{*T}\tilde{b}_1+\tilde{x}^{*T}\hat{\mathbf{B}}_1\tilde{x}^*$

dengan $\tilde{x}^*=[x_1\, x_2 \ldots x_q]^T$, $\tilde{b}_1=[\, b_{11}\ b_{21}\ \ldots\ b_{q1}]^{\mathrm{T}}$, $\hat{\mathbf{B}}_1=\begin{bmatrix} b_{111} & \frac{1}{2}b_{121} & \cdots & \frac{1}{2}b_{1q1} \\ & b_{221} & \cdots & \frac{1}{2}b_{2q1} \\ & simetris & \ddots & \vdots \\ & & & b_{qq1} \end{bmatrix}$

terhadap respon lainnya sebagai kendala yaitu respon sekunder yaitu: $\hat{Y}_s(\tilde{x}^*)=\tilde{Y}_2=b_{02}+\tilde{x}^{*T}\tilde{b}_2+\tilde{x}^{*T}\hat{\mathbf{B}}_2\tilde{x}^*$

dengan $\tilde{b}_2=[\, b_{12}\ b_{22}\ldots b_{q2}]^{\mathrm{T}}$, $\hat{\mathbf{B}}_2=\begin{bmatrix} b_{112} & \frac{1}{2}b_{122} & \cdots & \frac{1}{2}b_{1q2} \\ & b_{222} & \cdots & \frac{1}{2}b_{2q2} \\ & simetris & \ddots & \vdots \\ & & & b_{qq2} \end{bmatrix}$.

$\hat{Y}_p(\tilde{x}^*)$ dioptimumkan terhadap kendala $\hat{Y}_s(\tilde{x}^*)$ = ϖ, dimana ϖ adalah bilangan tertentu yang ditetapkan sembarang. Kondisi optimum diperoleh ketika $\tilde{x}^*_{opt} = \frac{1}{2}\left(\hat{\mathbf{B}}_1 - \theta\hat{\mathbf{B}}_2 - \gamma\mathbf{I}\right)^{-1}\left(\theta\tilde{b}_2 - \tilde{b}_1\right)$.

2.4. Pupuk Bokashi

Menurut Higa [4], pupuk Bokashi adalah pupuk organik dari beberapa macam limbah dengan menambahkan efektif mikroorganisme (EM). Efektif mikroorganisme (EM) yang digunakan sebagai starter mengandung bakteri fotosintetik, bakteri asam laktat, ragi (yeast), actinomycetes dan jamur fermentasi.

Grady dan Lim [5] telah melakukan penelitian tentang sampah di lingkungan sekitar kita khususnya sampah dari daun tanaman trembesi, daun sono, daun akasia, daun pisang, rumput dan lain-lain yang melimpah dan kurang dimanfaatkan, padahal mengandung banyak unsur karbon, hidrogen, nitrogen dan kadang-kadang sulfur dan fosfor yang mudah terdegradasi oleh mikroorganisme dan sangat diperlukan dalam pertumbuhan tanaman.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Asumsikan bahwa penaksir respon primer optimum mempunyai model orde dua terhadap penaksir respon kedua sebagai kendala mempunyai model orde satu. Fungsi penaksir respon primer untuk model permukaan multirespon pada rancangan percobaan campuran adalah

$$\hat{Y}_1 = \tilde{x}^T\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\tilde{x}^T\hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x}, \tag{7}$$

dengan $\tilde{x} = [x_1\ x_2 \ldots x_q]^T$, $\tilde{b}_1$ = [b_{11} $b_{21} \ldots b_{q1}$]^T, $\hat{\mathbf{B}}_1^* = \begin{bmatrix} 0 & b_{121} & \cdots & b_{1q1} \\ & 0 & \cdots & b_{2q1} \\ & simetris & \ddots & \vdots \\ & & & 0 \end{bmatrix}$

terhadap penaksir-penaksir respon kedua untuk model permukaan multirespon pada rancangan percobaan campuran sebagai kendala yaitu $\{\hat{Y}_2(\tilde{x}), \hat{Y}_3(\tilde{x}), \ldots, \hat{Y}_p(\tilde{x})\}$ memiliki asumsi bahwa semua kendala memiliki model orde pertama yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{Y}_r = \tilde{x}^T\tilde{b}_r, \tag{8}$$

dengan $\tilde{b}_r$ = [b_{1r} $b_{2r} \ldots b_{qr}$]^T dengan r = 2, 3, …, p.

Optimasi $\hat{Y}_1(\tilde{x})$ terhadap $\hat{Y}_r(\tilde{x}) = \varpi_r$, ϖ_r adalah suatu nilai yang ditentukan oleh peneliti atau nilai dari penaksir respon yang optimum secara individual maka titik optimum diperoleh dengan cara mengoptimumkan:

$$\hat{Y}_1(\tilde{x}) = \tilde{x}^T\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\tilde{x}^T\hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x}$$

terhadap kendala : $\hat{Y}_r = \tilde{x}^T\tilde{b}_r = \varpi_r$

$\tilde{x}^T\tilde{1} = 1$

$0 \le x_i \le 1$ untuk i =1, 2, …, q.

Fungsi Lagrange yang menggunakan pengganda Lagrange $\theta = \{\theta_2, \theta_3, \ldots, \theta_p\}$ dan γ untuk mengoptimumkan $\hat{Y}_1(\tilde{x})$ mengikuti persamaan (7) akan dioptimumkan terhadap kendala

$\hat{Y}_r(\tilde{x})$ = ϖ_r, yang mengikuti model persamaan (8) dan $\tilde{x}^T\tilde{1}=1$, $0 \le x_i \le 1$, untuk i = 1, 2, ..., q dapat dinyatakan sebagai berikut

$$L_g = \hat{Y}_1(\tilde{x}) - \sum_{r=2}^{p} \theta_r(\hat{Y}_r(\tilde{x}) - \varpi_r) - \gamma(\tilde{x}^T\tilde{1}-1)$$

$$= \{\tilde{x}^T\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\tilde{x}^T\hat{B}_1^*\tilde{x}\} - \sum_{r=2}^{p} \theta_r(\tilde{x}^T\tilde{b}_r - \varpi_r) - \gamma(\tilde{x}^T\tilde{1}-1)\,. \quad (9)$$

Titik optimum diperoleh sebagai berikut

$$\frac{\partial((\tilde{x}^T\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\tilde{x}^T\hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x}) - \sum_{r=2}^{p} \theta_r(\tilde{x}^T\tilde{b}_r - \varpi_r) - \gamma(\tilde{x}^T\tilde{1}-1))}{\partial\tilde{x}} = 0$$

$$\gamma(\tilde{x}^T\tilde{1}-1) = 0$$

$$\gamma < 0\,.$$

Turunan pertama (9) terhadap $\tilde{x}$ disamadengankan 0 diperoleh

$$\frac{\partial L}{\partial\tilde{x}} = \tilde{b}_1 + \hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x} - \sum_{r=2}^{p}\theta_r\tilde{b}_r - \gamma\tilde{1} = \tilde{0}$$

$$\hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x} = \sum_{r=2}^{p}\theta_r\tilde{b}_r + \gamma\tilde{1} - \tilde{b}_1$$

$$\tilde{x} = (\hat{\mathbf{B}}_1^*)^{-1}(\sum_{r=2}^{p}\theta_r\tilde{b}_r + \gamma\tilde{1} - \tilde{b}_1)\,.$$

Turunan pertama (9) terhadap γ disamadengankan 0 diperoleh

$$\frac{\partial L}{\partial\gamma} = \tilde{x}^T\tilde{1} - 1 = 0$$

$$\tilde{x}^T\tilde{1} = 1\,.$$

Sehingga titik optimum diperoleh

$$\tilde{x}_{opt} = (\hat{\mathbf{B}}_1^*)^{-1}(\sum_{r=2}^{p}\theta_r\tilde{b}_r + \gamma\tilde{1} - \tilde{b}_1)\,.$$

$\hat{Y}_1(\tilde{x}_{opt})$ yang diperoleh dari titik optimum $\tilde{x}_{opt}$ adalah

$$\hat{Y}_1(\tilde{x}_{opt}) = \tilde{x}_{opt}^T\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\tilde{x}_{opt}^T\hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x}_{opt}$$

$$= \tilde{x}_{opt}^T\left(\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{B}}_1^*\tilde{x}_{opt}\right)$$

$$= \tilde{x}_{opt}^T\left(\tilde{b}_1 + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{B}}_1^*\left(\left(\hat{\mathbf{B}}_1^*\right)^{-1}\left(\sum_{r=2}^{p}\theta_r\tilde{b}_r - \tilde{b}_1 + \gamma\tilde{1}\right)\right)\right)$$

$$= \tilde{x}_{opt}^T\left(\frac{1}{2}(\sum_{r=2}^{p}\theta_r\tilde{b}_r + \tilde{b}_1 + \gamma\tilde{1})\right)$$

4. OPTIMASI KANDUNGAN N, P DAN K PADA PEMBUATAN PUPUK BOKASHI SAMPAH LINGKUNGAN DAUN TREMBESI

Penaksiran parameter untuk model orde satu permukaan multirespon pada rancangan percobaan campuran untuk sampah lingkungan daun trembesi adalah:

$$\hat{Y}_1 = x_1 - 4{,}3\ x_2 - 14{,}17\ x_3 + 0{,}13\ x_4 \quad (10)$$

$$\hat{Y}_2 = 0{,}08\ x_1 + 2{,}02\ x_2 + 0{,}11\ x_3 + 1{,}067\ x_4 \quad (11)$$

$$\hat{Y}_3 = 0{,}119\ x_1 + 0{,}479\ x_2 + 0{,}116\ x_3 + 0{,}231\ x_4 \quad (12)$$

Hasil pengujian untuk $\hat{Y}_1$ dan $\hat{Y}_2$ pada model orde satu adalah tolak H_0 karena p-*value* < 0,05 untuk x_1, x_2 dan x_3. Hasil pengujian untuk $\hat{Y}_3$ adalah tolak H_0 untuk x_1, x_2 dan x_4, sedangkan hasil uji untuk x_3 adalah H_0 diterima. Sehingga untuk $\hat{Y}_3$ perlu dilakukan uji lanjutan untuk orde dua. Hasil penaksiran parameter untuk model orde dua spermukaan multirespon pada rancangan percobaan campuran diperoleh:

$$\hat{Y}_1 = 1{,}719\ x_1 + 4{,}851\ x_2 + 6{,}301\ x_3 + 1{,}825\ x_4 + 2{,}587\ x_1x_3 - 0{,}776\ x_1x_4 + 1{,}935\ x_2x_3 - 5{,}612\ x_3x_4 \quad (13)$$

$$\hat{Y}_2 = 0{,}061\ x_1 + 1{,}989 x_2 + 0{,}280\ x_3 + 1{,}021\ x_4 - 0{,}026\ x_1x_4 + 0{,}028\ x_2x_3 + 0{,}180\ x_2x_4 \quad (14)$$

$$\hat{Y}_3 = 0{,}110\ x_1 + 0{,}692\ x_2 + 0{,}111\ x_3 + 0{,}254\ x_4 - 0{,}333\ x_1x_2 + 0{,}008\ x_1x_3 - 0{,}015\ x_1x_4 + 0{,}067\ x_2x_3 - 0{,}333\ x_2x_4 + 0{,}032\ x_3x_4 \quad (15)$$

Hasil pengujian untuk semua koefisien pada $\hat{Y}_1$ pada model orde dua adalah menolak H_0 karena p-*value* < 0,05 untuk x_1, x_2. x_3, x_4, x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, x_2x_3, x_2x_4 dan x_3x_4 karena p-*value* < 0,05. Sehingga untuk $\hat{Y}_1$ diinterpretasikan model mengikuti model orde dua. Sedangkan $\hat{Y}_2$ pada model orde dua, uji menerima H_0 karena p-*value* > 0,05 untuk x_2x_4, dan H_0 ditolak untuk x_1, x_2. x_3, x_4, x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, x_2x_3 dan x_3x_4 karena p-*value* < 0,05. Sehingga untuk $\hat{Y}_2$ diinterpretasikan model mengikuti model orde satu. Hasil pengujian untuk $\hat{Y}_3$ adalah terima H_0 karena p-*value* > 0,05 untuk x_1x_2 dan x_2x_4,sedangkan uji menolak H_0 karena p-*value* < 0,05 untuk x_1, x_2. x_3, x_4, x_1x_3, x_1x_4, x_2x_3 dan x_3x_4. Sehingga diperoleh model yang digunakan dalam $\hat{Y}_3$ adalah model orde satu.

Kondisi optimum diperoleh dengan menentukan titik rancangan dari x_1, x_2 x_3 dan x_4 yang membuat $\hat{Y}_1$ (persamaan (15)) optimum dengan kendala $\hat{Y}_2$ (persamaan (12)) dan $\hat{Y}_3$ persamaan (13) serta $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$ dengan menggunakan program non linier adalah titik rancangan yang membuat $\hat{Y}_1$ maksimum adalah x_1 = , $x_2 = 1$, $x_3 = 0$ dan $x_3 = 0$ dengan $\hat{Y}_1 = 6{,}109$. Hasil ini menginterpretasikan bahwa kadar N (ml/gr) akan maksimum pada 6,109 (ml/gr) dengan hanya menggunakan proporsi banyaknya bahan pupuk kandang (kg) sedangkan proporsi bahan lain tidak digunakan. Titik rancangan yang membuat $\hat{Y}_2$ maksimum adalah $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$ dan $x_4 = 0$ dengan $\hat{Y}_2 = 2{,}02$ (ml/gr). Hasil ini menginterpretasikan bahwa kadar P akan maksimum pada 2,02 ml/gr jika hanya menggunakan proporsi pupuk kandang saja.

Titik rancangan yang membuat $\hat{Y}_3$ maksimum adalah $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$ dan $x_4 = 0$ dengan $\hat{Y}_3 = 0{,}480$. Hasil ini menginterpretasikan bahwa kadar K maksimum pada 0,48 ml/gr dengan hanya menggunakan proporsi banyaknya pupuk kandang tanpa mencampurkan proporsi bahan lainnya.

Jika $\hat{Y}_1$ akan dimaksimumkan dengan kendala $\hat{Y}_2$ = 2,02 dan $\hat{Y}_3$ = 0,48 dan $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$, maka diperoleh $\hat{Y}_1$ optimum adalah 6,109 pada $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 0$ dan $x_4 = 0$.

5. SIMPULAN

Kondisi optimum akan dicapai untuk Kadar N maksimum yang mengikuti model permukaan multirespon orde dua dengan kendala kadar P dan kadar K serta jumlah proporsi komponen adalah satu yaitu 6,109 ml/gr dengan hanya menggunakan proporsi banyaknya bahan pupuk kandang 1 kg tanpa mencampurkan proporsi sampah daun sono maupun sekam dan dedak pada pembuatan 1 kg pupuk Bokashi.

Ucapan Terima Kasih

Terima kasih kepada DIKTI, Rektor Unhalu, dan Lemlit Unhalu yang telah mendanai hibah kompetensi BOPTN Unhalu dengan Nomor: 176/PPK/UNHALU/IX/2012.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Anderson, T.W. , *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York, 1984.
[2]. Cornell, J.A. , *Experiment With Mixture*, John Wiley & Sons, New York, 1981.
[3]. Grady dan Lim, *Biological Wastewater Treatment-Theory and Application*, Marcel Dekker, Inc, New York, 1980.
[4]. Higa, *Tanya Jawab Teknologi EM*, Koperasi Karyawan, Departemen Kehutanan, 1994.
[5]. Khuri, A.I. dan Cornell, J.A., *Response Surfaces Design and Analyses*, Second Edition, Marcel Dekker Inc, New York, 1996.
[6]. Myers, R.H. dan Carter, W.H., “Response Surface Techniques for Dual Response Systems”, *Technometrics*, 15(2), 1973, pp.301-317.
[7]. Ruslan, Linuwih S., Purhadi, Sunaryo S. , “Pembuatan Pupuk Bokashi Dari Sampah Lingkungan Berdasarkan Rancangan Percobaan Campuran Yang Optimum Pada Model Permukaan Multirespon”, *Jurnal Berkala PENELITIAN HAYATI (Journal of Biological Researches),* 15(1), 2009.
[8]. Ruslan, Linuwih S., Purhadi, Sunaryo S., ”Estimation of Parameter of Multiresponse Surface Model for Mixture Designs”, *Journal of Mathematics and Technology*, Baku, Azerbaijan, 2(1), 2011, pp 27-33.