Statistika, Vol. 14 No. 1, 51 – 58
Mei 2014

Simulasi Tingkat Kepercayaan dari Data Berdistribusi Eksponensial Satu Parameter Tersensor Tipe-II Double

AKHMAD FAUZY

Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Islam Indonesia
akhmad.fauzy@uii.ac.id

ABSTRAK

Fauzy (2014) telah melakukan studi simulasi tingkat kepercayaan dari data berdistribusi eksponensial satu dan dua parameter tersensor tipe-II tunggal. Tingkat kepercayaan dari satu dan dua parameter distribusi eksponensial yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil lebih kecil daripada metode tradisional. Pada penelitian ini dilakukan studi simulasi tingkat kepercayaan dari data berdistribusi eksponensial satu parameter tersensor tipe-II double. Hasil penelitian menunjukkan bahwa tingkat kepercayaan yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil lebih kecil daripada metode tradisional.

Kata kunci: distribusi eksponensial, bootstrap persentil, tersensor tipe-II double

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Fauzy (2011) telah merangkum hasil-hasil penelitian tentang penerapan metode bootstrap persentil dari data uji hidup berdistribusi eksponensial tersensor tipe-II yang telah dipublikasikan dalam bentuk buku bunga rampai. Penelitian tersebut telah dijabarkan ke dalam 24 subpenelitian dan secara garis besar lebar selang yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil lebih kecil daripada metode tradisional.

Selang kepercayaan yang dapat dibangun di dalam data uji hidup berdistribusi eksponensial adalah selang kepercayaan bagi parameter, fungsi tahan hidup dan kuantil waktu hidup. Penelitian juga telah dikembangkan dengan mencari daerah kepercayaan (*confidence band*) bagi fungsi tahan hidup dan kuantil tahan hidup serta telah dipublikasikan dalam Fauzy, *et. al.* (2004), Fauzy (2007a dan 2007b), Hakim dan Fauzy (2010) serta Fauzy, *et. al.* (2003a, 2003b dan 2007).

Fauzy (2005) telah melakukan studi tentang perbandingan nilai variansi yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil dan metode tradisional. Hasil studi menunjukkan variansi yang dihasilkan metode bootstrap persentil lebih kecil daripada metode tradisional. Fauzy (2014) juga telah melakukan kajian simulasi dari data berdistribusi eksponensial tersensor tipe-II tunggal untuk mencari tingkat kepercayaan yang sebenarnya bagi parameter, fungsi tahan hidup dan kuantil waktu hidup menggunakan metode tradisional dan metode bootstrap. Hasil kajian menunjukkan tingkat kepercayaan dari satu dan dua parameter distribusi eksponensial yang dihasilkan oleh metode bootstrap persentil lebih kecil daripada metode tradisional. Simulasi perlu dilanjutkan menggunakan data berdistribusi eksponensial tersensor tipe-II *double*.

1.2. Tujuan

Tujuan dari kajian ini adalah untuk membuat simulasi tingkat kepercayaan dari data berdistribusi eksponensial satu parameter tersensor tipe-II *double* menggunakan metode tradisional dan metode bootstrap. Selanjutnya hasil dari kedua metode dibandingkan.

1.3. Metode

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data *artificial* berdistribusi eksponensial satu parameter tersensor tipe-II *double*. Data yang dibangun dianggap sebagai data populasi. Selanjutnya dari data populasi tersebut diambil sampel kecil, sedang dan besar. Tujuan pengambilan sampel kecil, sedang dan besar adalah untuk melihat apakah hasilnya tetap konsisten atau tidak. Langkah selanjutnya adalah mencari tingkat kepercayaan yang sebenarnya bagi parameter, fungsi tahan hidup dan kuantil waktu hidup menggunakan metode bootstrap. Selanjutnya tingkat kepercayaan yang dihasilkan dibandingkan dengan tingkat kepercayaan yang dihasilkan oleh metode tradisional.

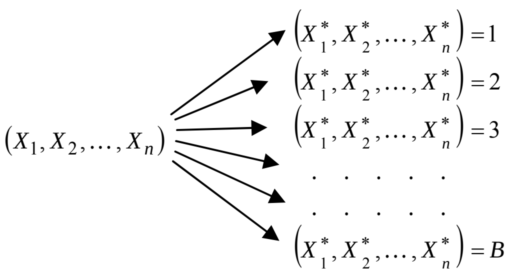
2. LANDASAN TEORI

2.1. Metode Bootstrap Persentil

Tujuan utama penggunaan metode bootstrap adalah untuk mendapatkan estimasi yang baik dari data dengan sampel yang minimum. Penggunaan metode ini perlu bantuan komputer karena perhitungannya yang kompleks (Efron dan Thibshirani, 1993).

Bootstrap adalah suatu metode analisis statistik yang berbasis komputasi. Istilah bootstrap mengandung arti berdiri di atas kaki sendiri dan berusaha dengan sumber daya minimum. Sumber daya minimum adalah data yang sedikit, atau data yang menyimpang dari asumsi tertentu atau data yang tidak mempunyai asumsi tentang distribusi populasinya (Efron, 1979).

Metode bootstrap telah diperkenalkan oleh Efron (1979), yaitu suatu metode yang merupakan pengembangan dan perluasan dari metode jackknife yang dinamakan metode bootstrap. Prinsip dari metode bootstrap adalah sampel dengan pengembalian, yaitu pengambilan sampel buatan (*artificial samples*) dari observasi $X_1, X_2, \ldots, X_n$ yang telah ada. Algortima bootstrap dapat dilihat di bawah ini.



Gambar 1. Algoritma bootstrap

Beberapa buku yang mengupas tentang metode bootstrap dan penerapannya dapat dilihat dalam Hall (1992), Efron dan Tibshirani (1993), Shao dan Tu (1995) dan Chernick (2007). Beberapa penulis lain yang menggunakan metode bootstrap ialah Leger *et al.* (1992) yang telah mengupas teknologi bootstrap dan penggunaannya. Kebolehjadian bootstrap telah dikemukakan oleh Davison *et al.* (1992). Efron (1993) telah menganalisis Bayes dan estimasi kebolehjadian dari selang kepercayaan. Booth dan Hall (1994) telah meneliti aproksimasi Monte Carlo pada bootstrap. Zelterman *et al.* (1996) telah menggunakan teknik bootstrap pada model tingkat bahaya dengan data tersensor. Hall *et al.* (1999) telah menyarankan menggunakan metode bootstrap untuk memprediksi selang. Menurut Helmers dan Putter (1995) metode bootstrap persentil sering memberikan estimasi yang lebih baik dari metode tradisional.

Fauzy (2000a) telah menggunakan metode bootstrap persentil untuk mengestimasi selang kepercayaan β_1 dari garis regresi pada kasus variansi tidak homogen. Fauzy (2000b) juga menggunakan metode bootstrap untuk menghitung selang kepercayaan bagi rata-rata pada sampel berdistribusi *t*. Selanjutnya Fauzy dan Ibrahim (2001a dan 2001b) telah menggunakan metode bootstrap persentil untuk menghitung selang kepercayaan bersama Bonferroni pada regresi linear sederhana.

2.2. Distribusi Eksponensial

Di antara distribusi waktu hidup yang sering digunakan adalah distribusi eksponensial.

$$f(t;\theta) = \frac{1}{\theta}\exp\left(-\frac{t}{\theta}\right); \quad t \geq 0, \theta > 0 \, , \tag{1}$$

dengan $\theta = \text{waktu hidup yang diharapkan atau rata - rata waktu hidup.}$

Beberapa penulis yang menganalisis distribusi eksponensial dalam analisis uji hidup adalah Patel (1976) yang menguraikan selang kepercayaan pada data tersensor. Pettitt (1977) telah melakukan uji *goodness of fit* pada data tersensor berdistribusi eksponensial menggunakan statistik Cramer-von Mises. Estimasi selang untuk dua parameter distribusi eksponensial telah dijelaskan oleh Lawless (1977). Kambo (1978) telah menguraikan estimasi parameter lokasi dan skala bagi distribusi eksponensial dari sampel tersensor. Nagarsenker (1980) telah mengulas uji persamaan bagi beberapa distribusi uji hidup eksponensial. Evans dan Nigm (1980) membicarakan estimasi Bayesian dari distribusi eksponensial terpangkas kiri. Regal (1980) telah menguraikan uji *F* bagi waktu tersensor yang datanya berdistribusi eksponensial.

Selanjutnya Brookmeyer dan Crowley (1982) telah membangun selang kepercayaan untuk median waktu hidup. Miyamura (1982) telah mengestimasi komponen tingkat kegagalan dari kombinasi komponen dan sistem data untuk komponen waktu hidup berdistribusi eksponensial. Piegorsch (1987) telah mengestimasi selang berdasarkan metode kebolehjadian pada dua parameter eksponensial dengan sampel tersensor tipe-I. Fairbanks (1988) telah menguraikan uji hidup dua tahap untuk parameter eksponensial. Leemis dan Shih (1989) telah mengestimasi parameter eksponensial dari set data tersensor dari kanan dan kiri. Diciccio dan Efron (1992) telah menunjukkan keakurasian dari selang kepercayaan pada keluarga eksponensial dengan metode bootstrap. Metz *et al.* (1994) telah menggunakan uji Shapiro-Wilk dan uji Darling pada data berdistribusi eksponensial.

2.3. Analisis Uji Hidup

Untuk meningkatkan kualitas suatu hasil industri dan meningkatkan layanan kesehatan, maka beberapa analisis dari data yang berkaitan perlu dilakukan. Salah satu analisis yang digunakan untuk tujuan tersebut adalah analisis uji hidup. Tujuan diadakannya analisis uji hidup menurut Lawless (2003) adalah:

- Untuk menentukan bentuk statistik yang sesuai dengan distribusi waktu hidup atau proses kegagalan,
- Untuk mengestimasi parameter dari data waktu hidup yang berdistribusi tertentu dan melakukan uji hipotesis terhadap parameter tersebut,
- Untuk meramal batas kepercayaan dari komponen waktu hidup.

Dalam melakukan eksperimen atau penelitian terdapat beberapa metode yang dapat digunakan. Dari setiap metode, eksperimen atau penelitian akan menghasilkan data yang berbeda dan akan dijumpai dua keputusan utama yaitu kejayaan/keberhasilan atau kegagalan/kematian. Kejayaan/keberhasilan didefinisikan sebagai individu atau komponen yang dijumpai masih hidup atau tidak terjadi kerusakan selepas waktu eksperimen berakhir. Kegagalan/kematian didefinisikan sebagai individu atau komponen yang mati atau rusak dalam waktu eksperimen atau penelitian berlangsung.

Analisis uji hidup telah berkembang ke bidang lain seperti ilmu asuransi, epidemiologi, ekonomi, demografi dan sebagainya. Di antara buku teks yang menjadi bahan referensi tentang analisis uji hidup adalah yang ditulis oleh Elandt-Johnson dan Johnson (1980), Sinha dan Kale (1980), Miller (1981), Lawless (2003), Cox dan Oakes (1984). Buku teks yang khusus tentang analisis uji hidup dalam bidang kesehatan dan biologi dapat dilihat dalam Collett (2003), Kleinbaum dan Klein (2005), Klein dan Moeschberger (2003), Therneau dan Grambsch (2000) dan Hougaard (2000). Dalam bidang teknik dapat dilihat dalam Birolini (2004), Ushakov (1994), Bury (1999), Wolstenholme (1999), dan Pham (2003). Beberapa contoh data tentang analisis uji hidup antara lain:

- waktu tunggu mahasiswa sejak lulus kuliah sampai memperoleh pekerjaan,
- waktu tunggu lamanya penyembuhan sejak pasien diobati,
- lamanya produk hasil industri dipakai sampai mengalami kerusakan.

Yang membedakan analisis uji hidup dengan bidang statistika lainnya adalah adanya penyensoran. Beberapa tipe penyensoran antara lain sensor lengkap, sensor tipe-I dan tipe-II. Dalam sensor lengkap atau uji sampel lengkap ini eksperimen akan dihentikan jika semua komponen yang diuji telah mengalami kematian atau kegagalan semua. Untuk sensor tipe-I, eksperimen akan dihentikan apabila telah mencapai waktu penyensoran tertentu. Sedangkan suatu sampel dikatakan tersensor tipe-II apabila eksperimen akan dihentikan setelah kerusakan atau kegagalan ke-*r* telah diperoleh. Di bawah ini adalah contoh sensor tipe-II tunggal (*artificial data*).

31 ; 58 ; 157 ; 185 ; 300 ; 470 ; 497 ; 673

Data 1: Waktu tunggu 8 sarjana sampai memperoleh pekerjaan (dalam bulan)

Adakalanya data waktu hidup dari penyensoran tipe-II tidak dapat digunakan karena eksperimennya gagal atau salah. Penyensoran tipe-II *double* ialah penyensoran tipe-II yang waktu hidup di awal atau diakhir atau keduanya tidak dapat digunakan. Hal ini dapat disebabkan oleh individu atau komponen yang digunakan cacat atau rusak atau karena eksperimennya salah sehingga datanya tidak dapat digunakan. Distribusi eksponensial dengan data tersensor tipe-II *double* telah diteliti oleh Fernandez (2000a dan 2000b). Di bawah ini adalah contoh sensor tipe-II *double* (*artificial data*).

- ; - ; 24.4; 28.6; 43.2; 46.9; 70.7; 75.3; 95.5; - ; - ; -

Data 2. Lamanya mengungsi (dalam hari) dari penduduk yang terkena musibah meletusnya sebuah gunung berapi

2.4. Analisis uji hidup dari data berdistribusi eksponensial tersensor tipe-II double

Kambo (1978) dan Balakrishnan (1990) telah merumuskan nilai dugaan dari θ-nya, yaitu:

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=r+1}^{n-s} t_{i:n} + s\, t_{n-s:n}}{n-s-r} = \frac{T}{n-s-r} \tag{2}$$

Interval konfidensi bagi parameter θ diperoleh:

$$\frac{2T}{\chi^2_{(2(n-s-r);1-\alpha/2)}} < \theta < \frac{2T}{\chi^2_{(2(n-s-r);\alpha/2)}} \tag{3}$$

Fungsi tahan hidup atau $S(t)$ didefinisikan sebagai probabilitas suatu individu atau komponen akan bertahan hidup sampai waktu t (Lawless, 2003).

$$S(t) = \Pr(T > t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(x)\,dx = \int_t^\infty f(x)\,dx \tag{4}$$

Fungsi bahaya (*hazard function*) atau $h(t)$ didefinisikan sebagai fungsi yang menunjukkan tingkat kegagalan/kematian pada waktu t (Miller, 1981):

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{F'(t)}{S(t)}$$

$$h(t)\,dt = \Pr\left\{ t < T < t+dt \;\middle|\; T > t \right\}$$

$$= \Pr\left\{ \begin{array}{c|c} \text{waktu habis dalam} & \text{bertahan hidup} \\ \text{interval}\,(t, t+dt) & \text{setelah waktu } t \end{array} \right\} \tag{5}$$

Kuantil didefinisikan sebagai nilai-nilai observasi yang membagi data menjadi n bagian yang sama.

Nilai kuantil ke-p, atau t_p, dicari dengan rumus (Bury, 1999):

$$t_p = [-\log(1-p)]\,\hat{\theta} \tag{6}$$

Selang bagi kuantil pada satu parameter distribusi eksponensial di bawah sensor tipe-II *double* dicari dengan rumus:

$$[-(\log(1-p)]\hat{\theta}_{\min} < t_p < [-(\log(1-p)]\hat{\theta}_{\max} \tag{7}$$

3. HASIL SIMULASI DAN PEMBAHASAN

Misalkan diketahui sebanyak 5000 data terobservasi dan 500 data tersensor, 150 data waktu hidup di depan dan 250 data waktu hidup di belakang tidak dapat digunakan dengan rata-rata waktu hidup 66 (dalam menit) sebagai populasi (*artificial*) di bawah sensor tipe-II *double*. Beberapa nilai yang dapat diperoleh di bawah distribusi eksponensial antara lain nilai θ = 106.58 menit, fungsi tahan hidup pada t = 20 atau $S(20)$ = 0.826 dan kuantil waktu hidup pada $t_{0.20}$ = 23.34 menit. Seterusnya sampel diambil dengan ukuran sampel kecil sebesar 12 (7 terobservasi, 2 di depan dan 3 di belakang waktu hidup tidak dapat digunakan), sedang sebesar 25 (18 terobservasi, 3 di depan dan 4 di belakang waktu hidup tidak dapat digunakan) dan besar sebesar 50 (38 terobservasi, 7 di depan dan 5 di belakang waktu hidup tidak dapat digunakan). Pengambilan sampel untuk masing-masing ukuran diulang 200 kali.

Selanjutnya dengan menggunakan data sampel yang telah diperoleh, kajian diteruskan dengan mencari tingkat kepercayaan yang sebenarnya bagi parameter, fungsi tahan hidup dan kuantil waktu hidup menggunakan metode tradisional dan metode bootstrap. Secara lengkap tingkat kepercayaan yang diperoleh dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Tingkat kepercayaan yang dikehendaki (SK, dalam %) dan tingkat kepercayaan yang dihasilkan (dalam %) dari data berdistribusi eksponensial satu parameter tersensor tipe-II *double* menggunakan metode tradisional (MT) dan bootstrap persentil (MB)

Ukuran sampel	SK	$\hat{\theta}$		$\hat{S}(20)$		$\hat{t}_{0.20}$	
		MT	MB	MT	MB	MT	MB
12	99.0	93.0	96.0	93.0	96.0	93.0	96.0
	95.0	81.0	92.0	81.0	92.0	81.0	92.0
25	99.0	91.5	97.0	91.5	97.0	91.5	97.0
	95.0	87.5	94.0	87.5	94.0	87.5	94.0
50	99.0	97.5	99.0	97.5	99.0	97.5	99.0
	95.0	92.0	95.0	92.0	95.0	92.0	95.0

Dari Tabel 1 di atas pada ukuran sampel kecil (n=12), tingkat kepercayaan yang sebenarnya yang diperoleh dari metode bootstrap persentil adalah lebih dekat dengan tingkat kepercayaan 99% dan 95%. Sedangkan tingkat kepercayaan yang dihasilkan oleh metode tradisional memberikan tingkat kepercayaan yang lebih rendah. Begitu juga pada ukuran sampel sedang (n=25) dan besar (n=50), diperoleh hasil yang hampir sama.

4. KESIMPULAN

Kajian simulasi tingkat kepercayaan dari data uji hidup berdistribusi eksponensial satu parameter tersensor tipe-II *double* telah dilakukan. Dalam kajian tersebut disimpulkan bahwa metode bootstrap persentil memberikan tingkat kepercayaan bagi parameter, fungsi tahan hidup dan kuantil waktu hidup yang lebih tinggi daripada metode tradisional sehingga metode bootstrap lebih baik daripada metode tradisional.

PERSEMBAHAN

Ucapan terima kasih disampaikan yang sebesar-besarnya kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (Dirlitabmas), Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi (Dirjen Dikti), Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (Kemdikbud) atas dibiayainya penelitian ini melalui skema Hibah Bersaing tahun 2014.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Balakrishnan, N. (1990). On the maximum likelihood estimation of the location and scale parameters of the exponential distribution based on multiply type II censored samples. Journal of Applied Statistics, 17(1), 55-61.

[2]. Birolini, A. (2004). Reliability engineering: theory and practice (4th ed). Berlin: Springer-Verlag.

[3]. Booth, J. G. & Hall, P. (1994). Monte Carlo approximation and the iterated bootstrap. Biometrika, 81(2), 331-340.

[4]. Brookmeyer, R. & Crowley, J. (1982). A confidence interval for the median survival time. Biometrics, 38, 29-41.

[5]. Bury, K. (1999). Statistical distributions in engineering. Cambridge: Cambridge University Press.

[6]. Chernick, M. R. (2007). Bootstrap Methods*: A Practitioners and Researchers*. New York: Wiley Interscience.

[7]. Collett, D. (2003). Modeling survival data in medical research (2nd ed.). London: Chapman & Hall.

[8]. Cox, D. R. & Oakes, D. (1984). Analysis of survival data. London: Chapman & Hall.

[9]. Davison, A. C., Hinkley, D. V. & Worton, B. J. (1992). Bootstrap likelihoods. Biometrika, 79(1), 113-130.

[10]. Diciccio, T. & Efron, B. (1992). More accurate confidence intervals in exponential families. Biometrika, 79(2), 231-245.

[11]. Efron, B. (1979). Bootstrap method: another look at the jackknife. The Annals of Statistics, 7(1), 1-26.

[12]. Efron, B. (1993). Bayes and likelihood calculations from confidence intervals. Biometrika, 80(1), 3-26.

[13]. Efron, B. & Tibshirani, R. (1993). An introduction to the bootstrap. New York: Chapman & Hall.

[14]. Elandt-Johnson, R. C. & Johnson, N. L. (1980). Survival models and data analysis. New York: John Wiley & Sons.

[15]. Evans, I. G. & Nigm, A. H. M. (1980). Bayesian prediction for the left truncated exponential distribution. Technometrics, 22(2), 201-204.

[16]. Fairbanks, K. (1988). A two-stage life test for the exponential parameter. Technometrics, 30(2), 175-180.

[17]. Fauzy, A. (2000a). Selang keyakinan untuk koefisien β_1 dari garis regresi apabila ragam galat tidak homogen dengan metode bootstrap persentil. MIHMI, 6(3), 46-54.

[18]. Fauzy, A. (2000b). Estimasi interval konfidensi dari nilai rata-rata pada sampel berdistribusi t dengan metode bootstrap persentil. MIHMI, 6(5), 241-245.

[19]. Fauzy, A. & Ibrahim, N. A. (2001a). Interval konfidensi bersama bonferroni pada regresi linier sederhana dengan metode bootstrap persentil. Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA UGM (pp. 15-22). Yogyakarta: FMIPA UGM.

[20]. Fauzy, A. & Ibrahim, N. A. (2001b). Interval rata-rata hasil produksi padi dengan metode bootstrap persentil. Prosiding Seminar Nasional Statistika V FMIPA ITS Surabaya (pp. 247-253). Surabaya: Jurusan Statistika ITS.

[21]. Fauzy, A., Ibrahim, N. A., Daud, I. & Abu Bakar, M. R. (2003a). Bonferroni joint confidence intervals for parameters exponential distribution under double type-II censoring with bootstrap percentile. Eksakta, 5(1), 60-67.

[22]. Fauzy, A., Ibrahim, N. A., Daud, I. & Abu Bakar, M. R. (2003b). Bonferroni confidence interval for two parameter exponential distribution under type-II censoring with bootstrap percentile. Berkala Ilmiah MIPA, 13(1), 17-28.

[23]. Fauzy, A., Ibrahim, N. A., Daud, I. & Abu Bakar, M. R. (2004). Confidence bands for survivor function on exponential distribution under type-II censoring with bootstrap percentile. Forum Statistika dan Komputasi, 9(1), 34-38.

[24]. Fauzy, A. (2005). Interval estimations for exponential distributions one and two parameter under tingle and multiple type-II censoring using bootstrap percentiles. Disertasi, Serdang: Universiti Putra Malaysia

[25]. Fauzy, A. (2007a). Confidence bands for survivor function of two parameters exponential distribution under type-II censoring with bootstrap persentile. Prosiding Seminar Nasional Statistika FMIPA UNISBA (pp. 15-20). Bandung: Jurusan Statistika UNISBA.

[26]. Fauzy, A. (2007b). Confidence bands for survivor function of two parameters exponential distribution under multiple type-II censoring with traditional method and bootstrap persentile method. Jurnal Ilmiah Mat Stat, 7(2), 180-190.
[27]. Fauzy, A., Supandi, E.D., Ibrahim, N. A., Daud, I. & Abu Bakar, M. R. (2007). Confidence bands for air pollutan (carbon monoxida) under double type-II censoring with bootstrap percentile. Proceeding of ICREM 3 (pp. 209-214). Serdang: INSPEM Universiti Putra Malaysia.
[28]. Fauzy, A. (2011). Bunga rampai: pemanfaatan metode bootstrap persentil dalam bidang analisis uji hidup (studi kasus data berdistribusi eksponensial tersensor tipe-II tunggal, double dan multiple). Yogyakarta: Ardana Media.
[29]. Fauzy, A. (2014). Kajian simulasi tingkat kepercayaan bagi parameter, fungsi tahan hidup dan kuantil waktu hidup dari data berdistribusi eksponensial tersensor tipe-II. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Statistika FMIPA Universitas Tanjungpura (pp. 15-20). Pontianak: Jurusan Statistika UNTAN.
[30]. Fernandez, A. J. (2000a). On maximum likelihood prediction based on type II double censored exponential data. Metrika, 50, 211-220.
[31]. Fernandez, A. J. (2000b). Estimation and hypothesis testing for exponential lifetime models with double censoring and prior information. Journal of Economic and Social Research, 2(2), 1-17.
[32]. Hakim, F.B. & Fauzy, A. (2010). Confidence bands for survivor function of one parameter exponential distribution under double type-II censoring. Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA (pp. 105-110). Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
[33]. Hall, P. (1992). The bootstrap and Edgeworth expansion. New York: Springer-Verlag.
[34]. Hall, P., Peng, L. & Tajvidi, N. (1999). On prediction intervals based on predictive likelihood or bootstrap methods. Biometrika, 86(4), 871-880.
[35]. Helmers, R. & Putter, H. (1995). Bootstrap resampling: a survey of research in the Netherlands. Proceedings of the Regional Conference on Mathematical Analysis and Statistics. Yogyakarta: Gadjah Mada University.
[36]. Hougaard, P. (2000). Analysis of multivariate survival data (statistics for biology and health). New York: Springer-Verlag.
[37]. Kambo, N. S. (1978). Maximum likelihood estimators of the location and scale parameters of the exponential distribution from a censored sample. Commun. Statist.-Theory Meth., A7(12), 1129-1132.
[38]. Klein, J. P. & Moeschberger, M. L. (2003). Techniques for censored and truncated data (statistics for biology and health) 2nd ed. New York: Springer-Verlag.
[39]. Kleinbaum, D. G. & Klein, J. P. (2005). Survival analysis: A self-learning text (statistics in the health sciences) 2nd ed. New York: Springer-Verlag.
[40]. Lawless, J. F. (1977). Prediction intervals for the two parameters exponential distribution. Technometrics, 19(4), 469-472.
[41]. Lawless, J. F. (2003). Statistical models and methods for lifetime data (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
[42]. Leemis, L. & Shih, L. (1989). Exponential parameter estimation for data sets containing left and right censored observations. Communications in Statistics-Simulation and Computation, B18(3), 1077-1086.
[43]. Leger, C., Politis, D. N. & Romano, J. P. (1992). Bootstrap technology and applications. Technometrics, 34(4), 378-396.
[44]. Metz, J. A. J., Haccou, P. & Mellis, E. (1994). On the shapiro-wilk test and darling's test for exponentiality. Biometrics, 50, 527-530.
[45]. Miller, R. G. (1981). Survival analysis. New York: John Wiley & Sons.
[46]. Miyamura, T. (1982). Estimating component failure rates from combined component and systems data: exponentially distributed component lifetimes. Technometrics, 24(4), 313-318.
[47]. Nagarsenker, P. B. (1980). On a test of equality of several exponential survival distributions. Biometrika, 67(2), 475-478.
[48]. Patel, J. K. (1976). Confidence intervals using cencored data. Technometrics, 18(2), 221-225.
[49]. Pettitt, A. N. (1977). Tests for the exponential distribution with censored data using Cramer-von mises statistics. Biometrika, 64(3), 629-632.
[50]. Pham, H. (2003). Handbook of reliability engineering. London: Springer-Verlag.
[51]. Piegorsch, W. W. (1987). Performance of likelihood-based interval estimates for two parameter exponential samples subject to type I censoring. Technometrics, 29(1), 41-49.
[52]. Regal, R. (1980). The F test with time-censored exponential data. Biometrika, 67(2), 479-481.
[53]. Shao, J. & Tu, D. (1995). The jackknife and bootstrap. New York: Springer-Verlag.
[54]. Sinha, S. K. & Kale, B. K. (1980). Life testing and reliability estimation. New Delhi: Wiley Eastern Limited.
[55]. Therneau, T. M. & Grambsch, P. (2000). Modeling survival data: extending the Cox model (statistics for biology and health). New York: Springer-Verlag.
[56]. Ushakov, I. A. (1994). Handbook of reliability engineering. Toronto: John Wiley & Sons.

[57]. Wolstenholme, L. C. (1999). Reliability modeling: a statistical approach. Florida: Chapman & Hall.
[58]. Zelterman, D., Le, C. T. & Louis, T. A. (1996). Bootstrap techniques for proportional hazards models with censored observations. Journal of Statistics and Computing, 6, 191-199.