Statistika, Vol. 15 No. 1, 31 – 37
Mei 2015

Kinerja Metode Pengujian Dua Populasi Berdistribusi Log-Logistik yang Mengandung Pengamatan Tidak Terdeteksi

ACENG KOMARUDIN MUTAQIN

Program Studi Statistika Unisba Bandung
Email: aceng.k.mutaqin@gmail.com

ABSTRAK

Makalah ini membahas kinerja metode pengujian perbandingan dua populasi berdistribusi log-logistik untuk data yang mengandung pengamatan tidak terdeteksi. Kinerja dari pengujiannya didasarkan pada kesalahan tipe I empirik dan kuasa uji empirik.

Kata Kunci: pengamatan tidak terdeteksi, simulasi Monte Carlo, kesalahan tipe I, kuasa uji, algoritme EM

1. PENDAHULUAN

Data lingkungan seringkali memuat nilai-nilai pengamatan yang berada di bawah batas deteksi, sehingga nilai pengamatan sebenarnya tidak terdeteksi atau teramati. Secara umum ada dua pendekatan untuk masalah perbandingan dua populasi yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi, yaitu pendekatan parametrik dan nonparametrik. Pendekatan parametrik diusulkan oleh Stoline (1993) dengan mengasumsikan bahwa populasinya mengikuti distribusi lognormal menggunakan uji kesamaan dua median. Sementara itu dengan pendekatan yang sama, Zhong dkk. (2005) menggunakan informasi fungsi kemungkinan untuk pengujiannya. Zhong dkk. (2005) juga mengusulkan menggunakan pendekatan nonparametrik melalui uji permutasi.

Distribusi log-logistik merupakan distribusi lain selain lognormal yang bisa digunakan untuk memodelkan data lingkungan (Warsono, 1996). Mutaqin dan Kudus (2014) membahas perbandingan dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi. Pengujiannya didasarkan pada perbandingan dua median dengan menggunakan uji permutasi, dimana data pengamatan tidak terdeteksinya diduga menggunakan algoritme EM yang dikemukakan oleh Mutaqin dkk. (2013). Dalam makalah ini metode pengujian tersebut akan dievaluasi kinerjanya menggunakan simulasi Monte Carlo berdasarkan kesalahan tipe I empirik dan kuasa uji empirik.

2. DISTRIBUSI LOG-LOGISTIK

Fungsi densitas dari distribusi log-logistik dengan parameter $\alpha > 0$ dan parameter lokasi $-\infty < \beta < \infty$ adalah

$$g(x;\alpha,\beta) = \frac{\alpha}{x}\left[\frac{e^{\beta}x^{\alpha}}{(1+e^{\beta}x^{\alpha})^2}\right];x > 0,$$

Mutaqin dkk. (2013) membahas metode pendugaan kemungkinan maksimum untuk parameter α, dan β yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi menggunakan algoritme EM. Hasil simulasi Monte Carlo menunjukkan bahwa metode pendugaannya mempunyai kinerja yang bagus dibandingkan dengan metode substitusi ketika variansi datanya kecil.

Melalui parameterisasi ulang, dengan memisalkan $\gamma = \alpha$, dan $\theta = e^{-\beta/\alpha}$, akan diperoleh fungsi densitas dari distribusi log-logistiknya adalah

$$f(x;\theta,\gamma) = \frac{\gamma(x/\theta)^{\gamma}}{x[1+(x/\theta)^{\gamma}]^2};x > 0,$$

dimana $\gamma > 0$ adalah parameter bentuk, dan $\theta > 0$ adalah parameter skala (Klugman dkk., 2004). Dapat ditunjukkan bahwa median dari distribusi log-logistik di atas adalah $M = \theta$, sedangkan koefisien variasinya adalah

$$CV = \frac{(E[X^2] - (E[X])^2)^{1/2}}{E[X]} = \frac{\left|\Gamma(1+\frac{2}{\gamma})\Gamma(1-\frac{2}{\gamma}) - \left|\Gamma(1+\frac{1}{\gamma})\Gamma(1-\frac{1}{\gamma})\right|^2\right|^{1/2}}{\Gamma(1+\frac{1}{\gamma})\Gamma(1-\frac{1}{\gamma})}.$$

Terlihat bahwa median merupakan fungsi dari satu parameter yaitu θ, sedangkan koefisien variasinya meruapakan fungsi dari satu parameter yaitu γ.

3. UJI PERMUTASI UNTUK KESAMAAN DUA MEDIAN DARI DISTRIBUSI LOG-LOGISTIK

Misalkan θ_1, γ_1 dan θ_2, γ_2 masing-masing menyatakan parameter dari dua populasi berdistribusi log-logistik. Misalkan juga bahwa median kedua populasi tersebut adalah M_1 dan M_2. Kedua median dinyatakan sama ketika hipotesis $H_0: \theta_1 = \theta_2$ diterima. Untuk kasus homogeny $(\gamma_1 = \gamma_2)$, rata-rata dan varians dari distribusi log-logistik untuk kedua populasi mungkin saja berbeda, tetapi koefisien variasinya sama. Jika hipotesis nol diterima dalam kasus homogen, maka dapat disimpulkan bahwa kedua populasi identik. Untuk kasus heterogen $(\gamma_1 \neq \gamma_2)$, jika hipotesis nol diterima, maka hanya dapat disimpulkan bahwa kedua median populasi identik.

Mutaqin dan Kudus (2014) membahas pengujian hipotesis $H_0: \theta_1 = \theta_2$ melawan $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ menggunakan uji permutasi. Misalkan $x_{11}, \cdots, x_{1n_1}$ dan $x_{21}, \cdots, x_{2n_2}$ masing-masing menyatakan sampel-sampel saling bebas yang berukuran n_1 dan n_2 dari dua populasi log-logistik, $LL(\theta_1, \gamma_1)$ dan $LL(\theta_2, \gamma_2)$. Diasumsikan bahwa untuk setiap x_{ij} ada batas deteksi L_{ij}, untuk $i = 1, 2$ dan $j = 1, 2, \cdots, n_i$. Jika nilai pengamatannya terdeteksi, maka x_{ij} yang dicatat. Sedangkan jika nilai pengamatannya tidak terdeteksi ($< L_{ij}$), maka L_{ij} yang dicatat (tersensor kiri). Misalkan untuk sampel i ada r_i pengamatan yang terdeteksi, sisanya $n_i - r_i$ pengamatan tidak terdeteksi. Tahapan yang rinci dari uji permutasi untuk hipotesis $H_0: \theta_1 = \theta_2$ melawan $H_1: \theta_1 \neq \theta_2$ dapat dilihat di Mutaqin dan Kudus (2014).

4. KINERJA METODE USULAN

Kinerja dari uji permutasi untuk menguji kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi akan dievaluasi dengan menggunakan simulasi Monte Carlo. Evaluasi kinerjanya didasarkan pada kesalahan tipe I empirik dan kuasa uji empirik dari hasil simulasi Monte Carlo. Dalam simulasi Monte Carlo, secara umum ada dua kasus data yang dibangkitkan, yaitu data yang mengandung batas deteksi tunggal dan data yang mengandung batas deteksi ganda (tiga batas deteksi). Beberapa kasus akan dicobakan dalam simulasi untuk melihat pengaruh ukuran sampel, persentase pengamatan yang tidak terdeteksi, dan kombinasi nilai parameter dari distribusi untuk setiap sampel. Kasus-kasus data tersebut disajikan dalam Tabel 1 untuk kasus data yang mengandung batas deteksi tunggal, dan Tabel 2 untuk kasus data yang mengandung batas deteksi tunggal.

Dalam Tabel 1, kasus 1 sampai dengan kasus 18 memenuhi hipotesis nol (kasus kesamaan dua median populasi). Sedangkan kasus 19 sampai kasus 36 memenuhi hipotesis alternatif (kasus perbedaan dua median populasi). Kasus 1 sampai kasus 6 dan kasus 19 sampai kasus 24 untuk kesamaan koefisien variasi. Kasus 7 sampai kasus 12 dan kasus 25 sampai kasus 30 untuk perbedaan kecil dari dua koefisien variasi. Sementara itu kasus 13 sampai kasus 18 dan kasus 31 sampai kasus 36 untuk perbedaan besar dari dua koefisien variasi.

Dalam Tabel 2, kasus 1 sampai dengan kasus 18 memenuhi hipotesis nol (kasus kesamaan dua median populasi). Sedangkan kasus 19 sampai kasus 36 memenuhi hipotesis alternatif (kasus perbedaan dua median populasi). Kasus 1 sampai kasus 9 dan kasus 19 sampai kasus 27 untuk kesamaan koefisien variasi. Kasus 10 sampai kasus 18 dan kasus 28 sampai kasus 36 untuk perbedaan dari dua koefisien variasi.

Tabel 1. Beberapa kasus data yang mengandung batas deteksi tunggal

Kasus	Ukuran Sampel	Persentase Pengamatan Tidak Terdeteksi	Kombinasi Parameter
1	15	0,1	α_1 = 4,13; β_1 = −5,80 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
2	30	0,1	α_1 = 4,13; β_1 = −5,80 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
3	50	0,1	α_1 = 4,13; β_1 = −5,80 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
4	15	0,3	α_1 = 4,13; β_1 = −5,80 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
5	30	0,3	α_1 = 4,13; β_1 = −5,80 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
6	50	0,3	α_1 = 4,13; β_1 = −5,80 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
7	15	0,1	α_1 = 2,69; β_1 = −3,78 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
8	30	0,1	α_1 = 2,69; β_1 = −3,78 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
9	50	0,1	α_1 = 2,69; β_1 = −3,78 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
10	15	0,3	α_1 = 2,69; β_1 = −3,78 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
11	30	0,3	α_1 = 2,69; β_1 = −3,78 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
12	50	0,3	α_1 = 2,69; β_1 = −3,78 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
13	15	0,1	α_1 = 2,19; β_1 = −3,08 dan $_2$ = 4,13; $_1$ = −5,80
14	30	0,1	α_1 = 2,19; β_1 = −3,08 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
15	50	0,1	α_1 = 2,19; β_1 = −3,08 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
16	15	0,3	α_1 = 2,19; β_1 = −3,08 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
17	30	0,3	α_1 = 2,19; β_1 = −3,08 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
18	50	0,3	α_1 = 2,19; β_1 = −3,08 dan α_2 = 4,13; β_1 = −5,80
19	15	0,1	α_1 = 2,70; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
20	30	0,1	α_1 = 2,70; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
21	50	0,1	α_1 = 2,70; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
22	15	0,3	α_1 = 2,70; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
23	30	0,3	α_1 = 2,70; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
24	50	0,3	α_1 = 2,70; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
25	15	0,1	α_1 = 2,32; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
26	30	0,1	α_1 = 2,32; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
27	50	0,1	α_1 = 2,32; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
28	15	0,3	α_1 = 2,32; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
29	30	0,3	α_1 = 2,32; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
30	50	0,3	α_1 = 2,32; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
31	15	0,1	α_1 = 2,12; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
32	30	0,1	α_1 = 2,12; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
33	50	0,1	α_1 = 2,12; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
34	15	0,3	α_1 = 2,12; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
35	30	0,3	α_1 = 2,12; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20
36	50	0,3	α_1 = 2,12; β_1 = −5,80 dan α_2 = 2,69; β_1 = −6,20

Kesalahan tipe I empirik dan kuasa uji empirik untuk uji permutasi kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi untuk kasus data yang mengandung batas deteksi tunggal masing-masing disajikan dalam Tabel 3 dan 5.

Berdasarkan Tabel 3 terlihat bahwa untuk kasus perbedaan besar koefisien variasi, nilai kesalahan tipe I empirik membesar dan menjauh dari nilai taraf signifikansinya (α = 5%) dengan membesarnya ukuran sampel. Tidak ada kecenderungan tertentu antara kesalahan tipe I empirik dengan kombinasi parameter yang dicobakan. Sementara itu kesalahan tipe I empirik membesar menjauh dari nilai taraf signifikansinya (α = 5%) dengan meningkatnya persentase pengamatan yang tidak terdeteksi.

Berdasarkan Tabel 4 terlihat bahwa nilai kuasa uji empirik membesar dengan membesarnya ukuran sampel. Secara umum nilai kuasa uji empirik membesar dengan meningkatnya kasus untuk kombinasi parameter. Untuk kasus kesamaan koefisien variasi, nilai kuasa uji empirik membesar dengan meningkatnya persentase pengamatan yang tidak terdeteksi. Sedangkan untuk kasus perbedaan yang besar koefisien variasi, nilai kuasa uji empirik mengecil dengan meningkatnya persentase pengamatan yang tidak terdeteksi.

Tabel 2. Beberapa kasus data yang mengandung batas deteksi ganda

Kasus	Ukuran Sampel	Persentase Pengamatan Tidak Terdeteksi		Kombinasi Parameter
		Sampel 1	Sampel 2	
1	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
2	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
3	45	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
4	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
5	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
6	90	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
7	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
8	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
9	150	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
10	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
11	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
12	45	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
13	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
14	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
15	90	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
16	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
17	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
18	150	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}19$; $\beta_1 = -3{,}08$ dan $\alpha_2 = 4{,}13$; $\beta_1 = -5{,}80$
19	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}70$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
20	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}70$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
21	45	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$_1 = 2{,}70$; $_1 = -5{,}80$ dan $_2 = 2{,}69$; $_1 = -6{,}20$
22	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$_1 = 2{,}70$; $_1 = -5{,}80$ dan $_2 = 2{,}69$; $_1 = -6{,}20$
23	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$_1 = 2{,}70$; $_1 = -5{,}80$ dan $_2 = 2{,}69$; $_1 = -6{,}20$
24	90	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$_1 = 2{,}70$; $_1 = -5{,}80$ dan $_2 = 2{,}69$; $_1 = -6{,}20$
25	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}70$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
26	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}70$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
27	150	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}70$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
28	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
29	45	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
30	45	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
31	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
32	90	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
33	90	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
34	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,10; 0,15; 0,20]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
35	150	[0,10; 0,15; 0,20]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$
36	150	[0,30; 0,35; 0,40]	[0,30; 0,35; 0,40]	$\alpha_1 = 2{,}12$; $\beta_1 = -5{,}80$ dan $\alpha_2 = 2{,}69$; $\beta_1 = -6{,}20$

Tabel 3. Kesalahan tipe I empirik
untuk kasus data yang mengandung batas deteksi tunggal

Kasus	Ukuran Sampel	Persentase Pengamatan Tidak Terdeteksi	Kombinasi Parameter	Kesalahan Tipe I Empirik
1	15	0,1	Kesamaan koefisien variasi	0,09
2	30	0,1	Kesamaan koefisien variasi	0,13
3	50	0,1	Kesamaan koefisien variasi	0,10
4	15	0,3	Kesamaan koefisien variasi	0,14
5	30	0,3	Kesamaan koefisien variasi	0,20
6	50	0,3	Kesamaan koefisien variasi	0,23
7	15	0,1	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,12
8	30	0,1	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,08
9	50	0,1	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,14
10	15	0,3	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,16
11	30	0,3	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,22
12	50	0,3	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,29
13	15	0,1	Perbedaan besar koefisien variasi	0,12
14	30	0,1	Perbedaan besar koefisien variasi	0,12
15	50	0,1	Perbedaan besar koefisien variasi	0,06
16	15	0,3	Perbedaan besar koefisien variasi	0,14
17	30	0,3	Perbedaan besar koefisien variasi	0,20
18	50	0,3	Perbedaan besar koefisien variasi	0,30

Kesalahan tipe I empirik dan kuasa uji empirik untuk uji permutasi kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi untuk kasus data yang mengandung batas deteksi ganda masing-masing disajikan dalam Tabel 5 dan 7.

Tabel 4. Kuasa uji empirik untuk kasus data yang mengandung batas deteksi tunggal

Kasus	Ukuran Sampel	Persentase Pengamatan Tidak Terdeteksi	Kombinasi Parameter	Kuasa Uji Empirik
19	15	0,1	Kesamaan koefisien variasi	0,15
20	30	0,1	Kesamaan koefisien variasi	0,20
21	50	0,1	Kesamaan koefisien variasi	0,26
22	15	0,3	Kesamaan koefisien variasi	0,16
23	30	0,3	Kesamaan koefisien variasi	0,32
24	50	0,3	Kesamaan koefisien variasi	0,47
25	15	0,1	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,14
26	30	0,1	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,33
27	50	0,1	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,35
28	15	0,3	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,14
29	30	0,3	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,30
30	50	0,3	Perbedaan kecil koefisien variasi	0,58
31	15	0,1	Perbedaan besar koefisien variasi	0,49
32	30	0,1	Perbedaan besar koefisien variasi	0,66
33	50	0,1	Perbedaan besar koefisien variasi	0,86
34	15	0,3	Perbedaan besar koefisien variasi	0,39
35	30	0,3	Perbedaan besar koefisien variasi	0,58
36	50	0,3	Perbedaan besar koefisien variasi	0,81

Tabel 5. Kesalahan tipe I empirik untuk kasus data yang mengandung batas deteksi ganda

Kasus	Ukuran Sampel	Persentase Pengamatan Tidak Terdeteksi		Kombinasi Parameter	Kesalahan Tipe I Empirik
		Sampel 1	Sampel 2		
1	45	Rendah	Rendah	Kesamaan koefisien variasi	0,11
2	45	Rendah	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,05
3	45	Tinggi	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,12
4	90	Rendah	Rendah	Kesamaan koefisien variasi	0,07
5	90	Rendah	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,05
6	90	Tinggi	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,17
7	150	Rendah	Rendah	Kesamaan koefisien variasi	0,07
8	150	Rendah	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,04
9	150	Tinggi	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,19
10	45	Rendah	Rendah	Perbedaan koefisien variasi	0,15
11	45	Rendah	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,03
12	45	Tinggi	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,33
13	90	Rendah	Rendah	Perbedaan koefisien variasi	0,20
14	90	Rendah	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,04
15	90	Tinggi	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,34
16	150	Rendah	Rendah	Perbedaan koefisien variasi	0,22
17	150	Rendah	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,00
18	150	Tinggi	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,49

Berdasarkan Tabel 5, untuk kasus kesamaan koefisien variasi dan persentase pengamatan tidak terdeteksi untuk kedua sampel rendah, nilai kesalahan tipe I empirik mengecil mendekati nilai taraf signifikansinya (α = 5%) dengan membesarnya ukuran sampel. Sementara itu untuk kasus kesamaan koefisien variasi dan persentase pengamatan yang tidak terdeteksi untuk kedua sampel tinggi, nilai kesalahan tipe I empirik membesar menjauh dari nilai taraf signifikansinya dengan membesarnya ukuran sampel. Untuk kasus perbedaan besar koefisien variasi, nilai kesalahan tipe I empirik membesar dan menjauh dari nilai taraf signifikansinya dengan membesarnya ukuran sampel. Untuk kasus persentase pengamatan tidak terdeteksi kedua sampel berbeda, nilai kesalahan tipe I empirik mendekati nilai taraf signifikansinya.

Berdasarkan Tabel 6, nilai kuasa uji empirik membesar dengan membesarnya ukuran sampel. Begitu juga dengan pergerakan dari kesamaan koefisien variasi ke perbedaan koefisien variasi, nilai kuasa uji empirik membesar.

Tabel 6. Kuasa uji empirik
untuk kasus data yang mengandung batas deteksi ganda

Kasus	Ukuran Sampel	Persentase Pengamatan Tidak Terdeteksi		Kombinasi Parameter	Kesalahan Tipe I Empirik
		Sampel 1	Sampel 2		
19	45	Rendah	Rendah	Kesamaan koefisien variasi	0,28
20	45	Rendah	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,32
21	45	Tinggi	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,24
22	90	Rendah	Rendah	Kesamaan koefisien variasi	0,43
23	90	Rendah	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,49
24	90	Tinggi	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,53
25	150	Rendah	Rendah	Kesamaan koefisien variasi	0,59
26	150	Rendah	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,58
27	150	Tinggi	Tinggi	Kesamaan koefisien variasi	0,65
28	45	Rendah	Rendah	Perbedaan koefisien variasi	0,89
29	45	Rendah	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,68
30	45	Tinggi	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,95
31	90	Rendah	Rendah	Perbedaan koefisien variasi	0,99
32	90	Rendah	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,76
33	90	Tinggi	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,98
34	150	Rendah	Rendah	Perbedaan koefisien variasi	1,00
35	150	Rendah	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	0,90
36	150	Tinggi	Tinggi	Perbedaan koefisien variasi	1,00

Berdasarkan Tabel 3 dan 5 dapat disimpulkan bahwa untuk data yang mengandung batas deteksi tunggal, uji permutasi untuk menguji kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi akan baik digunakan untuk kasus ukuran sampel besar, persentase pengamatan tidak terdeteksi rendah dan perbedaan besar koefisien variasi karena memiliki nilai kesalahan tipe I yang mendekati nilai taraf signifikansinya dan nilai kuasa uji empirik terbesar. Sementara itu berdasarkan Tabel 5 dan 7 dapat disimpulkan bahwa untuk data yang mengandung batas deteksi ganda, uji permutasi untuk menguji kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi akan baik digunakan untuk kasus ukuran sampel besar, persentase pengamatan tidak terdeteksi kedua sampel berbeda dan perbedaan besar koefisien variasi karena memiliki nilai kesalahan tipe I yang mendekati nilai taraf signifikansinya dan nilai kuasa uji empirik besar.

5. KESIMPULAN

Hasil simulasi menunjukkan bahwa:

1. Untuk data yang mengandung batas deteksi tunggal, uji permutasi untuk menguji kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi akan baik digunakan untuk kasus ukuran sampel besar, persentase pengamatan tidak terdeteksi rendah dan perbedaan besar koefisien variasi;
2. Untuk data yang mengandung batas deteksi ganda, uji permutasi untuk menguji kesamaan dua median dari dua populasi berdistribusi log-logistik yang data sampelnya mengandung pengamatan tidak terdeteksi akan baik digunakan untuk kasus ukuran

sampel besar, persentase pengamatan tidak terdeteksi kedua sampel berbeda dan perbedaan besar koefisien variasi.

DAFTAR PUSTAKA

Klugman, S. A., Panjer, H. H., dan Willmot, G. E. (2004). *Loss Models: From Data to Decisions*. Edisi kedua, Wiley, New York.

Mutaqin, A.K., Kudus, A. (2014). Perbandingan Dua Populasi Berdistribusi Log-Logistik untuk Data yang Mengandung Pengamatan Tidak Terdeteksi. *Prosiding SnaPP 2014*, Universitas Islam Bandung, 89-94.

Mutaqin, A.K., Kudus, A., Safitri, F.T. (2013). Pendugaan Parameter Distribusi Log-Logistik untuk Data yang Mengandung Pengamatan Tidak Terdeteksi. *Prosiding Seminar Nasional Teknik Industri*, Universitas Malikussaleh, 149-156.

Stoline, M.R. (1993). Comparison of Two Medians Using A Two-Sample Lognormal Model in Environmental Contexts. *Environmetrics*, Vol. 4, No. 3, 323-339.

Warsono. (1996). Analysis of Environmental Pollutant Data Using Generalized Log-logistic Distribution. *Dissertation at University of Alabama at Birmingham.*

Zhong, W., Shukla, R., Succop, P. Levin, L., Welge, J., dan Sivaganesan, S. (2005). Statistical Approaches to Analyze Censored Data with Multiple Detection Limits. *Disertasi Program Doctor of Philosophy University of Cincinnati.*