Statistika, Vol. 17 No. 1, 45 – 51
Mei 2017

Pemodelan Data Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Menggunakan Distribusi *Mixture* Erlang

INDAH PERMATASARI, ACENG KOMARUDIN MUTAQIN, LISNUR WACHIDAH

Program Studi Statistika Fakultas MIPA Universitas Islam Bandung
Jln. Ranggamalela No. 1 Bandung 40116,
e-mail: indahpermatasari.xia3@gmail.com

ABSTRAK

Distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama merupakan salah satu distribusi yang dapat digunakan untuk memodelkan data yang mempunyai karakteristik bermodus banyak (lebih dari satu). Penaksiran parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama menggunakan algoritme *Expectation-Maximization* (EM), sedangkan uji kecocokan model distribusinya akan digunakan uji kecocokan Anderson-Darling. Sebagai bahan aplikasi akan digunakan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia yang bersumber dari instansi pemerintah XYZ. Hasil pemodelannya menunjukkan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia berdistribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan distribusi Erlang yang dilibatkan sebanyak 2. Dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama diperoleh nilai taksiran parameter bentuk $\hat{r}_1 = 2$; $\hat{r}_2 = 13$; taksiran parameter bobot $\hat{\alpha}_1 = 0{,}1865$; $\hat{\alpha}_2 = 0{,}8135$; dan taksiran parameter skala $\hat{\theta} = 9.924.437$.

Kata Kunci: Distribusi *Mixture* Erlang, Modus Banyak, Algoritme EM, Asuransi Kendaraan Bermotor, Uji Anderson-Darling.

1. PENDAHULUAN

Kehidupan yang dialami oleh manusia berhadapan dengan suatu keadaan yang tidak dapat diramalkan atau diprediksikan secara tepat. Sehingga keadaan tersebut tidak akan pernah memberikan kepastian yang menyebabkan keadaan tidak pasti. Keadaan inilah yang disebut dengan risiko. Risiko bisa datang dari mana saja. Manusia sebagai makhluk ciptaan Tuhan dianugerahi berbagai kelebihan, sehingga manusia dapat berpikir dan berupaya untuk mengatasi risiko tersebut. Manusia selalu berusaha menghindari risiko-risiko yang timbul dengan cara menghindarinya, atau mengalihkannya kepada pihak lain. Usaha menghindari risiko dengan cara mengalihkannya kepada pihak lain beserta proses pelimpahannya itu merupakan usaha perasuransian.

Usaha perasuransian semakin berkembang, karena risiko-risiko yang mungkin terjadi jumlahnya semakin banyak. Oleh karena itu, usaha perasuransian dikenal dan berkembang di sebagian besar negara di dunia, salah satunya adalah Indonesia. Secara garis besar asuransi terdiri dari dua macam, yaitu asuransi jiwa dan asuransi kerugian. Salah satu jenis asuransi kerugian di Indonesia adalah asuransi kendaraan bermotor. Asuransi Kendaraan Bermotor merupakan asuransi yang diminati konsumen karena asuransi ini memberikan pertanggungan atas kerugian/berkurangnya nilai secara finansial atas obyek pertanggungan kendaraan bermotor yang disebabkan karena menabrak, ditabrak, dicuri, terbakar, dan tergelincir, sesuai dengan kondisi yang tercantum dalam Polis Kendaraan Bermotor Indonesia.

Seiring dengan perkembangan zaman, banyak perusahaan asuransi yang berlomba-lomba untuk memasarkan produknya, oleh karena itu perlu penetapan besar premi yang bersifat wajar tidak memberatkan tertanggung dan tidak bersifat diskriminatif. Dalam menetapkan besarnya premi ada 2 hal penting yang harus dimodelkan, yaitu besar klaim dan frekuensi klaim. Para aktuaris secara teknis mengolah data klaim asuransi untuk memodelkan frekuensi klaim dan besar klaim yang diajukan agar dapat diperoleh distribusi yang cocok.

Distribusi parametrik umum yang sering digunakan untuk memodelkan data besar klaim adalah distribusi gamma, distribusi lognormal, distribusi Weibull, atau distribusi Pareto.

Distribusi-distribusi tersebut mempunyai karakteristik bermodus satu (bermodus tunggal). Namun demikian, seringkali ada beberapa kumpulan data yang mempunyai karakteristik bermodus banyak (lebih dari satu), oleh karena itu dibutuhkan distribusi untuk memodelkan data yang mempunyai karakteristik bermodus banyak. Ada beberapa distribusi bermodus banyak yang dapat digunakan, diantaranya adalah distribusi hyper-eksponensial; distribusi *mixture* dari hyper-eksponensial, gamma, lognormal, dan Pareto; serta distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama (Lee dan Lin, 2010). Dalam makalah ini akan dibahas pemodelan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor menggunakan distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama.

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka masalah yang dapat diidentifikasi adalah Bagaimana prosedur pemodelan data menggunakan distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan penerapan distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dalam memodelkan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor di Indonesia.

2. Distribusi *Mixture* Erlang dengan Parameter Skala yang Sama

2.1. Sifat-sifat

Klugman dkk. (2008) menyatakan bahwa peubah acak X merupakan M komponen *mixture* dari peubah acak $X_1, X_2, \cdots, X_M$ jika fungsi distribusi kumulatifnya adalah:

$$F_X(x) = \alpha_1 F_{X_1}(x) + \alpha_2 F_{X_2}(x) + \cdots + \alpha_M F_{X_M}(x) \tag{1}$$

dimana semua $\alpha_i > 0$ dan $\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_M = 1$. Dengan demikian fungsi densitas peluang untuk peubah acak X adalah:

$$f_X(x) = \alpha_1 f_{X_1}(x) + \alpha_2 f_{X_2}(x) + \cdots + \alpha_M f_{X_M}(x) \tag{2}$$

Jika peubah acak X_j; $j = 1,2,\cdots,n$, berdistribusi Erlang dengan parameter bentuk r_i, untuk $i = 1,2,\cdots,M$, dan parameter skala yang sama yaitu θ $(\theta_1 = \theta_2 = \cdots = \theta_M = \theta)$, maka distribusi dari peubah acak X disebut distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama (Lee & Lin, 2010). Fungsi distribusi kumulatif dan fungsi densitas peluang untuk peubah acak X yang berdistribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama adalah sebagai berikut:

$$F_X(x) = 1 - \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \sum_{n=0}^{r_i-1} e^{-x/\theta} \frac{(x/\theta)^n}{n!} \tag{3}$$

$$f_X(x) = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \frac{x^{r_i-1} e^{-x/\theta}}{\theta^{r_i}(r_i-1)!} \tag{4}$$

Ekspektasi dan varians dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama masing-masing adalah:

$$E(X) = \theta \sum_{i=1}^{M} \alpha_i r_i \tag{5}$$

$$Var(X) = \theta^2 \sum_{i=1}^{M} \alpha_i r_i (r_i+1) - \left(\theta \sum_{i=1}^{M} \alpha_i r_i\right)^2 \tag{6}$$

2.2. Penaksir Kemungkinan Maksimum

Misalkan sampel acak berukuran n, yaitu $X_1, X_2, \cdots, X_n$ dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan fungsi densitasnya ada dalam Persamaan (4). Realisasi dari sampel acak tersebut adalah $x_1, x, \cdots, x_n$. Fungsi kemungkinan untuk sampel acak tersebut adalah

$$L_1(\boldsymbol{\alpha}, \theta) = \prod_{j=1}^{n} \left\{ \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \frac{{x_j}^{r_i-1} e^{-x_j/\theta}}{\theta^{r_i}(r_i-1)!} \right\} \tag{7}$$

dimana $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \cdots, \alpha_M)$, $\boldsymbol{r} = (r_1, \cdots, r_M)$. Fungsi log-kemungkinannnya adalah:

$$l_1(\boldsymbol{\alpha}, \theta) = ln\, L_1(\boldsymbol{\alpha}, \theta)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \ln \left\{ \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \frac{x_j{}^{r_i - 1} e^{-x_j/\theta}}{\theta^{r_i}(r_i - 1)!} \right\} \tag{8}$$

Fungsi log-kemungkinan di atas sulit untuk dimaksimumkan karena mengandung logaritma natural dari jumlah (Bilmes, 1998). Salah satu cara untuk mengatasi masalah di atas adalah dengan menggunakan algoritme *ExpectationMaximize* (algoritme EM).

2.3. Algoritme EM

Algoritme EM seringkali digunakan untuk masalah penaksiran parameter dari distribusi *mixture*. Dalam bagian ini akan diterapkan algoritme EM untuk menaksir parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama. Misalkan $\boldsymbol{y} = (y_{ij}, i = 1,2, \cdots, M; j = 1,2, \cdots, n)$ merupakan peubah laten (pengamatan yang tidak terobservasi) yang menentukan komponen dimana pegamatan x_j berasal. Nilai y_{ij} didefinisikan sebagai berikut:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{pengamatan } x_j \text{ berasal dari distribusi } f_i, \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases}$$

Dengan demikian fungsi kemungkinannya adalah:

$$L_2(\boldsymbol{\alpha}, \theta) = \prod_{i=1}^{M} \prod_{j=1}^{n} \left(\alpha_i \left(\frac{x_j{}^{r_i - 1} e^{-x_j/\theta}}{\theta^{r_i}(r_i - 1)!} \right) \right)^{y_{ij}} \tag{9}$$

Fungsi log-kemungkinannya adalah:

$$\ln L_2(\boldsymbol{\alpha}, \theta | x) = l_2(\boldsymbol{\alpha}, \theta)$$

$$= \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \left(\ln \alpha_i + (r_i - 1) \ln x_j - \frac{x_j}{\theta} - [r_i \ln \theta + \ln(r_i - 1)!] \right) \tag{10}$$

Algoritme EM untuk distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama memiliki 2 tahapan yaitu: tahap E (tahap ekspektasi) dan tahap M (tahap Maksimisasi).

Tahap E (Tahap Ekspektasi)

Mengganti y_{ij} pada Persamaan (10) menjadi $E(y_{ij}) = T_{ij}$, yang menghasilkan ekspektasi log-kemungkinan sebagai berikut:

$$E[l_2(\boldsymbol{\alpha}, \theta)] = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{n} T_{ij} \left(\ln \alpha_i + (r_i - 1) \ln x_j - \frac{x_j}{\theta} - [r_i \ln \theta + \ln(r_i - 1)!] \right) \tag{11}$$

dimana T_{ij} adalah:

$$T_{ij} = P(y_j = 1 | X_j = x_j; \boldsymbol{\alpha}, \theta)$$

$$= \frac{\alpha_i x_j^{r_i - 1} / [\theta^{r_i}(r_i - 1)!]}{\sum_{m=1}^{M} \alpha_m x_j^{r_m - 1} / [\theta^{r_m}(r_m - 1)!]} \tag{12}$$

Tahap M (Tahap Maksimisasi)

Maksimumkan Persamaan (11) untuk menaksir $\boldsymbol{\alpha}$ dan θ. Proses pemaksimumannya dilakukan dengan cara menurunkan fungsi Persamaan (11) terhadap parameter-parameternya, taksiran parameter $\alpha_1, \cdots, \alpha_M$ dan θ pada iterasi ke-k untuk distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama menggunakan algoritme EM adalah:

$$\alpha_i^{(k)} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} T_{ij}; i = 1,2, \cdots, M \tag{13}$$

$$\theta^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j / n}{\sum_{i=1}^{M} \alpha_i^{(k)} r_i} \tag{14}$$

2.4. Penentuan Nilai Awal

Nilai awal algoritme EM untuk menaksir parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama didasarkan pada pendekatan Tijms. Dengan pendekatan ini, fungsi densitas dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dapat didekati oleh:

$$\hat{f}(x|\theta) = \sum_{i=0}^{\infty} [F(i\theta) - F((i-1)\theta)] \frac{x^{i-1} e^{-x/\theta}}{\theta^i (i-1)!}, \qquad x > 0 \tag{15}$$

Lee dan Lin (2010) menggunakan M suku pertama dalam Persamaan (15) untuk taksiran nilai awal parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama melalui algoritme EM. Dalam kasus ini, $r_i = i$; $i = 1, 2, \cdots, M$. Langkah pertama akan ditetapkan nilai θ dan M untuk inisialisasi parameter. Untuk setiap θ yang tetap, M ditetapkan sedemikian sehingga θM sama dengan titik data maksimum. Aturan yang sederhana untuk menentukan nilai θ adalah menggunakan aturan "80-8" (Lee dan Lin, 2010). Di bawah aturan ini, nilai θ ditetapkan sedemikian sehingga 8θ sama dengan lebar dari interval terpendek yang memuat 80% titik data. Dengan menggunakan aturan ini biasanya akan menghasilkan jumlah distribusi Erlang yang optimal.

Bobot a_i, $i = 1, 2, \cdots, M$, ditetapkan sebagai fungsi densitas empiris, yaitu frekuensi relatif dari titik data pada interval $((i-1)\theta, i\theta]$. Jika ternyata tidak ada titik data dalam $((i-1)\theta, i\theta]$ untuk beberapa i, maka a_i akan selalu bernilai nol dalam setiap iterasi.

2.5. Penyesuaian Nilai Taksiran Parameter dan Jumlah Distribusi Erlang yang Optimal

Setelah menerapkan algoritme EM dengan nilai taksiran awal sebagaimana yang dimaksud pada Subbab sebelumnya, parameter skala dan bobotnya menghasilkan nilai maksimum lokal untuk fungsi kemungkinan. Hal ini karena parameter bentuknya ditetapkan pada tahap awal dan tidak diubah-ubah melalui algoritme EM. Di bawah ini adalah sebuah prosedur untuk meyesuaikan nilai taksiran parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama melalui algoritme EM.

1. Inisialisasi, untuk M yang diberikan, algoritme EM dijalankan untuk parameter bentuk $\{r_1, r_2, \cdots, r_M\}$, dengan fungsi log-kemungkinan $l(\Phi)$.
2. Algoritme EM dijalankan lagi untuk parameter bentuk $\{r_1 + 1, r_2, \cdots, r_M\}$ dengan bobot awal $\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_M\}$. Jika nilai fungsi kemungkinannya lebih tinggi, nilai parameter baru menggantikan nilai parameter lama. Lainnya lanjutkan ke langkah 4. Langkah ini diulang sampai fungsi kemungkinan tidak meningkat.
3. Lakukan langkah yang sama pada parameter bentuk kedua sampai parameter bentuk terakhir.
4. Menentukan banyaknya distribusi Erlang yang optimal.

Untuk menentukan banyaknya distribusi Erlang yang optimal akan digunakan kriteria BIC (*Bayesian Information Criterion*). Rumus BIC adalah

$$BIC = -2l + k \ln(n) \tag{16}$$

dimana l menyatakan fungsi log-kemungkinan, k menyatakan jumlah parameter, dan n menyatakan jumlah titik data. Banyaknya distribusi Erlang yang dipilih adalah yang meminimumkan nilai BIC. Untuk menentukan banyaknya distribusi Erlang yang optimal, distribusi Erlang yang mempunyai bobot terkecil dihilangkan satu demi satu sampai diperoleh nilai BIC yang minimum.

3. Aplikasi

Data yang digunakan dalam makalah ini adalah data besar klaim *total loss* dan *partial loss* pemegang polis asuransi kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 (Rp. 0 sampai Rp. 200.000.000 untuk jenis kendaraan non bus dan non truk) Wilayah 1 (Sumatera dan kepulauan di sekitarnya) di Indonesia yang bersumber dari instansi XYZ. Nilai-nilai statistik dari data tersebut adalah:

- Nilai maksimum data adalah 199.800.000;
- Standar deviasi dari data 52.679.365;
- Skewness dan kurtosis dari data masing-masing adalah -0,45 dan -0,71.

Dengan menggunakan pendekatan Tijms, didapat nilai awal taksiran parameter skala $\hat{\theta}^{(0)} =$ 16.675.000 dan nilai taksiran parameter bentuknya ada sebanyak 12, yaitu $\hat{r}_1 = 1$, $\hat{r}_2 = 2, \cdots$, $\hat{r}_{12} = 12$. Langkah selanjutnya menghitung taksiran nilai awal parameter bobot $\hat{\alpha}_i^{(0)}$, yaitu frekuensi relatif dari titik data pada interval $((i-1)\hat{\theta}^{(0)}; i\hat{\theta}^{(0)}]$, untuk $i = 1, 2, \cdots, 12$. Tabel 1 kolom (4) menyajikan nilai awal parameter bobot.

Tabel 1 Taksiran Nilai Awal Parameter Bobot $\hat{\alpha}_i^{(0)}$

i	Interval $((i-1)\hat{\theta}^{(0)}; i\hat{\theta}^{(0)}]$	F	$\hat{\alpha}_i^{(0)}$
1	(0;16.675.000]	17	0,0988
2	(16.675.000;33.350.000]	9	0,0523
3	(33.350.000;50.025.000]	5	0,0291
4	(50.025.000;66.700.000]	4	0,0233
5	(66.700.000;83.375.000]	14	0,0814
6	(83.375.000;100.050.000]	12	0,0698
7	(100.050.000;116.725.000]	24	0,1395
8	(116.725.000;133.400.000]	27	0,1570
9	(133.400.000;150.075.000]	17	0,0988
10	(150.075.000;166.750.000]	19	0,1105
11	(166.750.000;183.425.000]	14	0,0814
12	(183.425.000;200.100.000]	10	0,0581

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai taksiran parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama melalui algoritme EM menggunakan *software* Matlab R2015b dengan nilai awal yang telah diperoleh di atas. Hasil taksiran parameter untuk distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Nilai Taksiran Parameter

i	$\hat{r}_i$	$\hat{\alpha}_i$	$\hat{\theta}$
1	2	$4{,}12\, x10^{-317}$	9.924.437
2	2	0,1865	
3	5	$1{,}04\, x10^{-10}$	
4	7	$4{,}67\, x10^{-210}$	
5	8	$3{,}19\, x10^{-73}$	
6	9	$4{,}86\, x10^{-14}$	
7	11	$3{,}83\, x10^{-10}$	
8	11	$7{,}24\, x10^{-16}$	
9	16	$1{,}53\, x10^{-11}$	
10	13	0,8135	

Langkah berikutnya adalah menentukan banyaknya distribusi Erlang yang optimal dengan jalan menghilangkan satu demi satu distribusi Erlang yang mempunyai bobot terkecil sampai diperoleh nilai BIC yang minimum.

Tabel 3 menyajikan nilai BIC distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama untuk berbagai banyaknya distribusi Erlang yang dilibatkan. Terlihat bahwa nilai BIC minimum dimiliki oleh distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan distribusi Erlang yang dilibatkan sebanyak 2. Dengan demikian distribusi yang dipilih untuk memodelkan data besar klaim asuransi kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia adalah distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan distribusi Erlang yang dilibatkan sebanyak 2. Nilai-nilai taksiran parameter untuk distribusi tersebut disajikan dalam Tabel 4.

Tabel 3 Nilai BIC Distribusi *Mixture* Erlang dengan Parameter Skala yang Sama untuk Berbagai Banyaknya Distribusi Erlang yang Dilibatkan

Banyaknya Distribusi Erlang	k	BIC
10	21	6.665,5995
9	19	6.718,6554
8	17	6.708,3597
7	15	6.698,0648
6	13	6.687,7698
5	11	6.677,4748
4	9	6.667,1798
3	7	6.656,8848
2	5	6.583,2396
1	3	7.180,2693

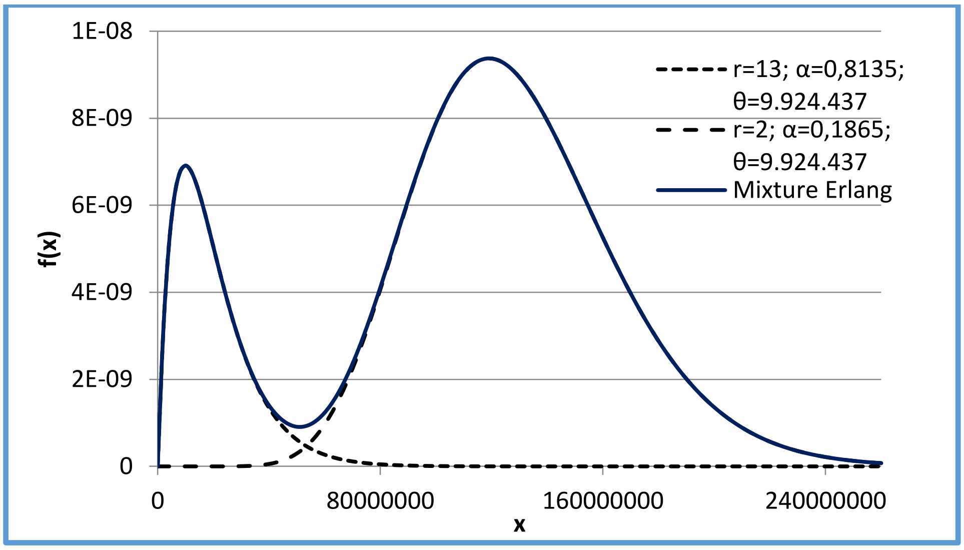
Tabel 4 Nilai-Nilai Taksiran Parameter untuk Distribusi *Mixture* Erlang dengan Parameter Skala yang Sama

$\hat{r}_i$	2	13
$\hat{\alpha}_i$	0,1865	0,8135
$\hat{\theta}$	9.924.437	

Dengan menggunakan uji kecocokan Anderson-Darling, dapat disimpulkan bahwa data besar klaim kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia berdistribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan distribusi Erlang yang dilibatkan sebanyak 2. Fungsi densitas dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama tersebut adalah:

$$f_X(x) = 0{,}1865\left(\frac{x_j^{2-1}e^{-x_j/9.924.437}}{9.924.437^2(2-1)!}\right) + 0{,}8135\left(\frac{x_j^{13-1}e^{-x_j/9.924.437}}{9.924.437^{13}(13-1)!}\right)$$

Gambar 1 menampilkan kurva fungsi densitas dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan distribusi Erlang yang dilibatkan sebanyak 2 untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia.



Gambar 1 Kurva Fungsi Densitas dari Distribusi *Mixture* Erlang dengan Parameter Skala yang Sama dan Distribusi Erlang yang Dilibatkan Sebanyak 2 untuk Data Besar Klaim Asuransi Kendaraan Bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia

4. KESIMPULAN

Ada beberapa kesimpulan dalam penulisan makalah ini, yaitu:

Distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dapat digunakan untuk memodelkan data yang memiliki modus lebih dari satu. Prosedur pemodelan data menggunakan distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama adalah: (1) menentukan maksimum distribusi Erlang yang dilibatkan didasarkan pada pendekatan Tijms, (2) menaksir parameter distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama menggunakan Algoritme EM, (3) menentukan banyaknya distribusi Erlang yang optimal didasarkan pada nilai BIC yang minimum, (4) menguji kecocokan distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama, salah satunya menggunakan uji kecocokan Anderson-Darling.

Dalam makalah ini distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama diaplikasikan untuk data besar klaim asuransi kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia. Hasil pemodelannya menunjukan bahwa data besar klaim asuransi kendaraan bermotor Kategori 1 dan 2 Wilayah 1 di Indonesia berdistribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama dan distribusi Erlang yang dilibatkan sebanyak 2. Dari distribusi *mixture* Erlang dengan parameter skala yang sama diperoleh nilai taksiran parameter bentuk $\hat{r}_1 = 2$; $\hat{r}_2 = 13$; taksiran parameter bobot $\hat{\alpha}_1 = 0{,}1865$; $\hat{\alpha}_2 = 0{,}8135$; dan taksiran parameter skala $\hat{\theta} = 9.924.437$.

DAFTAR PUSTAKA

Bilmes, J.A. (1998). *A Gentle Tutorial of the EM Algorithm and its Application to Parameter Estimation for Gaussian Mixture and Hidden Markov Models*. International Computer Science Institute. Barkeley, California.

Klugman, S.A., Panjer, H.H., dan Wilmot, G.E. (2008). *Loss Models*. From data to decisions. Edisi Ketiga. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons.

Lee, S.C.K. & Lin, X.S. (2010). *Modeling and Evaluating Insurance Losses Via Mixtures of Erlang Distributions*. North American Actuarial Journal. Vol. 14 No.1.