Statistika, Vol. 18 No. 1, 1 – 9
Mei 2018

Penggunaan Metode Momen untuk Mengatasi Data Outlier dalam Rancangan Acak Kelompok

(Studi Kasus Hasil Produksi Tandan Buah Segar (TBS) selama 5 bulan (kg/pohon))

TAUFIK HIDAYAT, GEORGINA M. TINUNGKI, ANNISA

Program Studi Statistika, Fakultas MIPA, Universitas Hasanuddin Makassar
Email: taufikhidayat.h12114304@gmail.com

ABSTRAK

Cabang matematika yang membahas bagaimana melakukan pengambilan data, pengolahan data, penyajian data, analisis data, dan melakukan pengambilan keputusan disebut dengan Statistika. Salah satu cara untuk memperoleh data dengan melakukan perancangan percobaan. Ada hal penting yang perlu diperhatikan pada data yang diperoleh dari suatu percobaan yaitu adanya *outlier* dalam data. Suatu data menjadi *outlier* apabila terjadi kesalahan dalam pengamatan atau tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit percobaan. Hal ini dalam rancangan percobaan dikenal dengan istilah data hilang. Salah satunya menggunakan metode Regresi *Robust.* Regresi *Robust* memiliki beberapa metode estimasi, diantaranya adalah *median* (Estimasi-M), *Least Median of Squares* (LMS), *least trimmed Squares* (LTS), *Scale* (Estimasi-S), dan Metode Momen (Estimasi-MM). Pada penelitian ini, penerapan dilakukan untuk data Rancangan Acak Kelompok (RAK). Diilustrasikan terdapat pengamatan yang tidak berhasil sehingga datanya menjadi hilang dan diganti dengan nilai 0 yang sifatnya *outlier.* Pendugaan data hilang menggunakan metode Momen. Uji analisis variansi kemudian dilakukan pada kedua data, dan diperoleh kesimpulan yang sama untuk masing-masing pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok.

Kata Kunci: Rancangan percobaan, RAK, oulier, Regresi Robust, Metode Momen.

1. PENDAHULUAN

Cabang matematika yang membahas bagaimana melakukan pengambilan data, pengolahan data, penyajian data, analisis data, dan melakukan pengambilan keputusan disebut dengan Statistika. Statistika dewasa ini telah menjalar hampir setiap aspek kehidupan manusia modern sebagai suatu metode yang ilmiah dalam menyelesaikan masalah. Sebelum adanya pengambilan keputusan kegiatan statistik perlu dilakuakan pengumpulan data. Salah satu cara untuk memperoleh data dengan melakukan perancangan percobaan. Ada hal penting yang perlu diperhatikan pada data yang diperoleh dari suatu percobaan yaitu adanya *outlier* dalam data. Adanya data *Outlier* ini akan membuat analisis terhadap serangkaian data menjadi bias, atau tidak mencerminkan fenomena yang sebenarnya sehingga memungkinkan berpengaruh besar terhadap pengambilan keputusan.

Suatu data menjadi *outlier* apabila terjadi kesalahan dalam pengamatan atau tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit percobaan. Hal ini dalam rancangan percobaan dikenal dengan istilah data hilang. Sehingga, data hilang juga dapat disebut *outlier.* terdapat beberapa metode untuk melakukan estimasi parameter yang sesuai untuk data yang mengandung *outlier* salah satunya menggunakan metode Regresi *Robust.* Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisis data yang dipengaruhi *outlier* sehingga dihasilkan model yang *robust* atau *resistant* terhadap *outlier.* Regresi *Robust* memiliki beberapa metode estimasi, diantaranya adalah *median* (Estimasi-M), *Least Median of Squares* (LMS), *least trimmed Squares* (LTS), *Scale* (Estimasi-S), dan Metode Momen (Estimasi-MM).

Adapun tujuan dari penulisan ini adalah memperoleh estimasi parameter model RAK pada data yang teridentifikasi *outlier* dengan metode Momen dan mengimplementasikan hasil estimasi parameter model RAK pada data yang teridentifikasi *outlier* dengan metode Momen.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Rancangan Acak Kelompok Lengkap

Rancangan Acak Kelompok merupakan rancangan acak percobaan dimana satuan-satuan percobaan dikelompokkan ke dalam kelompok-kelompok, dan masing-masing kelompok berisi semua perlakuan-perlakuan. RAK biasanya digunakan untuk eksperimen-eksperimen yang menghasilkan data heterogen. Hal ini dikarenakan pada data heterogen usaha pengelompokan akan mempunyai arti.

1) Model Linier Aditif untuk RAK

Secara umum model linier aditif untuk RAK dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \; ; \; i = 1,2,\dots,t; j = 1,2,\dots,b \tag{1}$$

keterangan:

Y_{ij} = Respon pada perlakuan ke-*i* dan kelompok ke-*j*

μ = Nilai tengah populasi

τ_i = Pengaruh perlakuan ke-*i*

β_j = Pengaruh kelompok ke-*j*

ε_{ij} = Pengaruh galat dari perlakuan ke-*i* dan kelompok ke-*j*

Asumsi yang diperlukan pada suatu rancangan acak kelompok dengan model tetap adalah sebagai berikut: $\sum^{t}{}_{i=1} \tau_i = 0;\ \sum^{b}{}_{j=1} \beta_j = 0, \text{dan } \varepsilon_{ijk} \sim NID(0,\sigma^2).$

2) Pengujian Hipotesis

Statistik uji $F_{hitung} = \frac{KTP}{KTG}$ mengikuti sebaran F dengan derajat bebas pembilang sebesar *t-1* dan derajat bebas penyebut *t(r-1)*. Dengan demikian jika nilai $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka hipotesis nol ditolak dan berlaku sebaliknya. Penolakan hipotesis nol (H_0) berimplikasi bahwa perlakuan yang diberikan pada unit-unit percobaan memberikan pengaruh yang nyata terhadap respon yang diamati.

Pendekatan Metode Momen

Model *Robust* linier berguna untuk menyaring atau memfilter hubungan linier ketika variansi acak pada data yang tidak normal atau ketika data mengandung *outlier* yang signifikan. Metode ini penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh *outlier* sehingga dihasilkan model yang kekar atau resistant terhadap *outlier*. Suatu estimasi yang resistant secara relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil dan atau perubahan kecil pada bagian besar data.

1) *Ordinary Least Square* (OLS)

Ordinary Least Square (*OLS*) adalah salah satu metode penaksiran parameter dengan tujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat galat. Misalkan $\mu, \tau_i, \text{dan } \beta_i$ adalah parameter yang akan ditaksir pada persamaan (1), maka prosedur *OLS* yang digunakan adalah:

a) Membentuk jumlah kuadrat galat

$$J = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b}(e_{ij})^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b}(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j)^2 \tag{2}$$

b) Mendefinisikan *j* terhadap μ, τ_i, dan β_j kemudian disamakan dengan nol.

2) Estimasi MM

Estimasi MM dimulai dengan mencari estimasi S yang sangat *robust* dan *resisten* yang meminimumkan suatu skala residual. Selanjutnya skala residual tetap konstan dan diakhiri dengan menetapkan parameter-parameter regresi menggunakan estimasi M. Estimasi MM mempunyai *breakdown point* yang tinggi sama dengan estimasi S yaitu sebesar 0,5 atau 50%, sehingga estimasi MM dapat menjelaskan bahwa banyak *outlier* hingga separuh data pengamatan tidak berpengaruh terhadap estimasi MM. metode ini menggunakan pembobot *welsch* untuk estimasi S dan pembobot Huber untuk estimasi M, sebagai berikut:

Fungsi Pembobot *welsch* dengan tunning constan (c) bernilai 2.9846 *:*

$$w_i = w_i(u_i) = \frac{\psi(u_i)}{u_i} = \exp\left(-\left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right) \tag{3}$$

Fungsi Pembobot Huber dengan tunning constan (c) bernilai 1,345:

$$w_i = w(u_i) = \frac{\psi(u_i)}{u_i} = \begin{cases} 1 & |u_i| \le c \\ \frac{c}{|u_i|} & |u_i| > c \end{cases} \tag{4}$$

Berikut ini adalah prosedur pendugaan:

i. Mengestimasi koefisien $\hat{\alpha}_j^{(1)}$,sehingga diperoleh residual $e_i^{(1)}$ yang diambi dari S Estimasi dengan *high breakdown point.*

ii. Menentukan sisaan awal dari penduga parameter regresi $\widehat{\alpha_s}^{(1)}$ dengan metode *Robust S.* $e_i = y_i - \hat{y}_i$, sisaan ini kemudian berguna sebagai estimasi $\widehat{\alpha_{mm}}^{0}$ awal

iii. Menentukan nilai $\widehat{\sigma_{mm}} = \frac{median\,|e_i - median(e_i)|}{0.6745}$

iv. Menentukan nilai $u_i = \frac{e_i}{\widehat{\sigma_{mm}}}$

v. Menentukan nilai pembobot *awal* $w_i = \frac{\psi(u_i)}{u_i}$. Nilai w_i dihitung sesuai fungsi Huber.

vi. Menentukan parameter $\widehat{\alpha_{mm}}^{0}$ menggunakan metode IRLS dengan pembobot w_i^{0}

$$\hat{\alpha}^{mm+1} = (X^T W^{mm} X)^{-1} X^T W^{mm} Y$$

vii. Mengulang langkah kedua samapai keenam hingga diperoleh nilai $\sum_{i=1}^{n} |e_i^{mm}|$ yang konvergen ke suatu nilai tertentu dimana

$$\sum_{i=1}^{n} |e_i^{mm}| - \sum_{i=1}^{n} |e_i^{mm-1}| < 0.0001$$

(sehingga diharapkan selisih antara $\widehat{\alpha_{mm}}^{mm}$ dan $\widehat{\alpha_{mm}}^{mm-1}$ mendekati 0)

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Secara umum model linier aditif untuk rancangan acak kelompok dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \;;\; i = 1,2,\dots,t;\, j = 1,2,\dots,b$$

keterangan:

Y_{ij} = Respon pada perlakuan ke-*i* dan kelompok ke-*j*

μ = Nilai tengah populasi

τ_i = Pengaruh perlakuan ke-*i*

β_j = Pengaruh kelompok ke-*j*

ε_{ij} = Pengaruh galat dari perlakuan ke-*i* dan kelompok ke-*j* sedangkan model regresi linier berganda dari model RAK sebagai berikut:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 x_{i2} + \cdots + \alpha_j x_{ij} + \varepsilon_i \ ; \ i = 1,2,\ldots,n \ ; \ j = 1,2,\ldots,k \qquad (5)$$

Persamaan (5) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dengan,

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n\times 1}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}_{n\times(1+k)}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_k \end{bmatrix}_{(1+k)\times 1}, \text{dan } \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}_{n\times 1}$$

vektor Y merupakan nilai hasil observasi variabel respon berukuran *nx1*, matriks X merupakan matriks rancangan nilai observasi prediktor berukuran *n x (1+k)*, vektor $\boldsymbol{\alpha}$ berisi elemen-elemen parameter pada model regresi linier berganda berukuran *(1+k) x 1*, dan vektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor galat berukuran *n x 1*. Sehingga, model umum RAK dapat didekati melalui pendekatan persamaan regresi linier berganda sesuai dengan persamaan (1) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon} \qquad (6)$$

dengan:

$\boldsymbol{Y}$: Vektor respon perlakuan berukuran *n x 1*

$\boldsymbol{X}$: Matriks rancangan nilai observasi prediktor berukuran *n x (1+k)*

$\boldsymbol{\alpha}$: Vektor parameter pada model regresi linier berganda berukuran *(1+k) x 1*

$\boldsymbol{\varepsilon}$: **V**ektor galat berukuran *n x 1*

k : Jumlahan dari banyak perlakuan dan kelompok

misal, $t = 2$ dan $b = 3$, maka susunan respon Y_i dalam sebuah vektor 6×1 adalah :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mu + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

diperoleh:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}$$

dengan,

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix}_{6\times1}, X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{6\times6}, \alpha = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}_{6\times1}, \text{dan } \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}_{6\times1}$$

berdasarkan persamaan contoh perubahan model RAK tersebut pada persamaan (1) dapat dituliskan kedalam bentuk matriks seperti pada persamaan (6).

Pendugaan Metode Momen

Pada pendugaan parameter dari persamaan (6) maka diperoleh galat dari model RAK adalah sebagai berikut:

$$\varepsilon = Y - X\alpha \tag{7}$$

dikarenakan data pada model RAK diasumsikan mengandung *outlier* pada parameter ke-*i* dan ke-*j*, sehinga persamaan (6) dan (7) merupakan model RAK yang mengandung *outlier* yang diasumsikan dengan matriks ρ berukuran $n \times n$ sebagai beriktu:

$$\rho Y = \rho(X\alpha + \varepsilon) \tag{8}$$

$$\rho\varepsilon = \rho(Y - X\alpha) \tag{9}$$

Pada penelitian ini estimasi model RAK yang teridentifikasi *outlier* akan didekati dengan menggunakan metode *Robust*. Metode *Robust* MM dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat yang mengandung *outlier* sebagai beriktu:

$$S = (\rho\varepsilon)^T \rho\varepsilon$$
$$= \varepsilon^T \rho^T \rho\varepsilon$$

Karena, $\rho^t \rho = \rho$ merupakan matriks idempoten, maka:

$$S = \varepsilon^T \rho\varepsilon$$
$$= (Y - X\alpha)^T \rho(Y - X\alpha)$$
$$= (Y^T - (X\alpha)^T)\rho(Y - (X\alpha))$$
$$= (Y^T - \alpha^T X^T)\rho(Y - X\alpha)$$
$$= Y^T \rho Y - Y^T \rho X\alpha - \alpha^T X^T \rho Y + \alpha^T X^T \rho X\alpha$$

Karena $\alpha^T X^T \rho Y$ merupakan skalar sehingga $(\alpha^T X^T \rho Y)^T = \alpha^T X^T \rho X\alpha$, diperoleh S sebagai berikut:

$$S = Y^T \rho Y - (Y^T \rho X\alpha)^T - \alpha^T X^T \rho Y + \alpha^T X^T \rho X\alpha$$
$$= Y^T \rho Y - \alpha^T X^T \rho Y - \alpha^T X^T \rho Y + \alpha^T X^T \rho X\alpha$$
$$= Y^T \rho Y - 2\alpha^T X^T \rho Y + \alpha^T X^T \rho X\alpha$$

didapatkan:

$$S = Y^T \rho Y - 2\alpha^T X^T \rho Y + \alpha^T X^T \rho X\alpha \tag{10}$$

untuk memperoleh minimum dari persamaan (10) dapat dilakukan dengan cara mencari turunan S terhadap α atau dikenal dengan metode *OLS*, yaitu:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = \frac{\partial [Y^T \rho Y - 2\alpha^T X^T \rho Y + \alpha^T X^T \rho X\alpha]}{\partial \alpha}$$
$$= 0 - 2X^T \rho Y + X^T \rho X\alpha + (\alpha^T X^T \rho X)^T$$
$$= -2X^T \rho Y + 2X^T \rho X\alpha \tag{11}$$

dengan mengasumsikan turunan pertama pada persamaan (11) tersebut bernilai nol, maka diperoleh etimator α sebagai berikut:

$$0 = -2X^T\rho Y + 2X^T\rho X\alpha$$
$$-2X^T\rho Y = 2X^T\rho X\alpha$$
$$X^T\rho Y = X^T\rho X\alpha \quad (12)$$

dengan mengalihkan kedua ruas dengan invers dari $X^T\rho X$, sehingga diperoleh α sebagai berikut:

$$(X^T\rho X)^{-1}X^T\rho Y = (X^T\rho X)^{-1}X^T\rho X\alpha$$
$$\widehat{\alpha}_{OLS} = (X^T\rho X)^{-1}X^T\rho Y \quad (13)$$

karena pada penduga parameter OLS dari Persamaan (13) data outlier belum diberikan pembobotan sehingga nilai awal matriks ρ berupa matriks diagonal $n \times n$ yang setiap elemen-elemen diagonalnya bernilai 1. Pada persamaan (13) terdapat ρ yang berupa parameter pengaruh outlier. Parameter tersebut dapat dicari dengan memisalkan $\rho = W$, sehingga diperoleh bentuk sebagai berikut:

$$\hat{\alpha} = (X^TWX)^{-1}X^TWY \quad (14)$$

dengan W berupa matriks pembobot yang berukuran $n \times n$ dengan setiap elemen berupa matriks diagonal dengan pembobot $w_1, w_2, \dots, w_n$. Penentuan parameter yang konvergen pada persamaan (4.10) akan dilakukan menggunakan metode Iteratively Reweigthed Least Square (IRLS). Pada metode ini nilai dari matriks pembobot W akan berubah setiap iterasinya sehingga akan diperoleh $\hat{\alpha}^0, \hat{\alpha}^1, \hat{\alpha}^2, \dots, \hat{\alpha}^{mm+1}$. Parameter terakhir yang diperoleh merupakan parameter yang nilainya telah konvergen. Sehingga pada persamaan (4.10) dengan metode IRLS dapat ditulis:

$$\hat{\alpha}^{mm+1} = (X^TW^{mm}X)^{-1}X^TW^{mm}Y \quad (15)$$

Penerapan Metode Momen pada RAK

Data yang digunakan pada penelitian ini berupa hasil produksi Tandan Buah Segar (TBS) selama 5 bulan (kg/pohon) yang telah diberikan empat taraf perlakuan pemberian amelioran dan empat taraf pengelompokan.

1) Rancangan Acak Kelompok tanpa data hilang

Tabel 1 Hasil Analisis Variansi tanpa data hilang

Sumber keragaman	db	JK	KT	F_{hitung}	F_{tabel}(5%)
Perlakuan	3	1114.92	371.64	5.54*	3.86
Kelompok	3	35.25	11.75	0.18	3.86
Galat	9	603.57	67.06		
Total	15	1753.73			

Berdasarkan Tabel 1 pengaruh dari perlakuan memiliki $F_{hitung} = 5.54 > F_{tabel} = 3.86$ sehingga H_0 ditolak pada taraf $\alpha = 5\%$, artinya faktor perlakuan mempengaruhi produksi TBS selama 5 bulan (kg/pohon). Sedangkan untuk pengaruh kelompok, diperoleh $F_{Hitung} = 0.18 < F_{0,05(3;39)} = 3.86$. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa H_0 diterima pada taraf $\alpha = 0.05$, artinya Kelompok replika lahan tidak memiliki pengaruh secara signifikan terhadap TBS selama 5 bulan (kg/pohon).

2) Rancangan Acak Kelompok dengan data hilang

Rancangan acak kelompok akan diberikan data hilang dengan ketentuan penghilangan, yaitu: maksimal terdapat empat data hilang dalam satu rancangan, pada setiap perlakuan dan kelompok maksimal terdapat satu data hilang, dan penghilangan data dilakukan secara acak sesuai ketentuan sebelumnya. Pada kasus ini data hilang akan ditempatkan pada pengamatan y_{12}, y_{23}, y_{31}, dan y_{44}.

Tabel 2 Identifikasi data *outlier* pada RAK

Data	|Dffits|	keterangan	Data	|Dffits|	keterangan
y_{11}	0.329	Bukan	y_{31}	1.2732	Outlier
y_{12}	0.7515	Bukan	y_{32}	0.1479	Bukan
y_{13}	0.2463	Bukan	y_{33}	0.5258	Bukan
y_{14}	0.123	Bukan	y_{34}	0.3858	Bukan
y_{21}	0.5486	Bukan	y_{41}	0.1819	Bukan
y_{22}	0.1597	Bukan	y_{42}	0.3932	Bukan
y_{23}	1.5857	Outlier	y_{43}	0.4378	Bukan
y_{24}	0.5103	Bukan	y_{44}	1.2023	Outlier

Berdasarkan Tabel 2 data yang memiliki nilai |Dffits| yang lebih besar dari 1 dapat diidentifikasi sebagai data *outlier*. Sehingga dapat diketahui bahwa data hilang berikan teridentifikasi sebagai data *outlier* dalam rancangan acak kelompok. Kehadiran data *outlier* akan mengakibatkan kesalahan dalam pengambilan keputusan.

Tabel 3 Hasil Analisis Variansi dengan data hilang

Sumber keragaman	db	JK	KT	F hitung	F tabel
Perlakuan	3	731.72	243.91	0.31	3.86
Kelompok	3	31.01	10.34	0.01	3.86
Galat	9	7171.87	796.87		
Total	15	7934.59			

Berdasarkan Tabel 3 pengaruh dari perlakuan memiliki $F_{hitung} = 0.31 < F_{tabel} = 3.86$ sehingga H_0 diterima pada taraf $\alpha = 5\%$, artinya faktor perlakuan tidak mempengaruhi produksi TBS selama 5 bulan (kg/pohon). Sedangkan untuk pengaruh kelompok, diperoleh $F_{Hitung} = 0.01 < F_{tabel} = 3.86$. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa H_0 diterima pada taraf $\alpha = 5\%$, artinya Kelompok replika lahan tidak memiliki pengaruh secara signifikan terhadap TBS selama 5 bulan (kg/pohon).

3) Penerapan Metode Momen pada RAK dengan data hilang

Berdasarkan hasil sebelumnya dapat diidentifikasi bahwa terdapat data hilang yang bersifat *outlier* pada rancangan. Selanjutnya, untuk mengatasi permasalahan tersebut digunakan metode momen untuk mengestimasi parameter yang kekar terhadap hadirnya data *outlier*.

Tabel 4 Hasil iterasi nilai parameter dengan Robust S

	Iterasi							
	OLS	$\widehat{\alpha_s}^{(1)}$	$\widehat{\alpha_s}^{(2)}$	$\widehat{\alpha_s}^{(3)}$	$\widehat{\alpha_s}^{(4)}$	$\widehat{\alpha_s}^{(5)}$	$\widehat{\alpha_s}^{(6)}$	$\widehat{\alpha_s}^{(7)}$
$\hat{\mu}$	31.72	32.12	31.84	31.81	31.81	31.81	31.81	31.81
$\hat{\tau}_1$	-6.30	-6.65	-6.42	-6.38	-6.38	-6.38	-6.38	-6.38
$\hat{\tau}_2$	11.13	11.71	11.34	11.28	11.27	11.27	11.27	11.27
$\hat{\tau}_3$	15.08	14.64	14.94	14.97	14.98	14.98	14.98	14.98
$\hat{\tau}_4$	11.80	12.42	11.98	11.95	11.94	11.94	11.94	11.94
$\hat{\beta}_1$	9.10	9.54	9.25	9.21	9.20	9.20	9.20	9.20
$\hat{\beta}_2$	6.25	5.87	6.12	6.16	6.16	6.17	6.17	6.17
$\hat{\beta}_3$	6.68	7.46	6.92	6.87	6.86	6.86	6.86	6.86
$\hat{\beta}_4$	9.68	9.26	9.55	9.58	9.58	9.58	9.58	9.58
S E	85.2	81.589	84.114	84.345	84.371	84.374	84.3741	84.374
G	-	3.6115	2.5259	0.2311	0.0254	0.0029	0.0003	0.00004

Berdasarkan Tabel 4 terlihat bahwa selisi $\sum_{i=1}^{n}|e_i^{s}|$ telah konvergen. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter telah konvergen. Dilanjutkan estimasi parameter dengan metode Momen sebagai berikut:

Tabel 5 Hasil iterasi nilai parameter dengan Metode Momen

	Iterasi							
	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(1)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(2)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(3)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(4)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(5)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(6)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(7)}$	$\widehat{\alpha_{mm}}^{(8)}$
$\hat{\mu}$	32.16	32.311	32.295	32.295	32.295	32.2949	32.2949	32.2949
$\hat{\tau}_1$	-6.8339	-7.0312	-7.0183	-7.019	-7.0187	-7.0186	-7.0186	-7.0186
$\hat{\tau}_2$	12.008	12.306	12.287	12.291	12.291	12.2909	12.291	12.291
$\hat{\tau}_3$	14.525	14.337	14.357	14.356	14.356	14.3564	14.3564	14.3564
$\hat{\tau}_4$	12.462	12.699	12.669	12.668	12.667	12.6662	12.6661	12.666
$\hat{\beta}_1$	9.7622	9.9989	9.969	9.9678	9.9666	9.9662	9.9661	9.966
$\hat{\beta}_2$	5.6995	5.5117	5.5317	5.531	5.5313	5.5314	5.5314	5.5314
$\hat{\beta}_3$	7.5575	7.8563	7.8372	7.8405	7.8408	7.8409	7.841	7.841
$\hat{\beta}_4$	9.1411	8.9438	8.9567	8.956	8.9563	8.9564	8.9564	8.9564
$\sum_{i=1}^{n}\|e_i^{mm}\|$	81.24	79.868	79.998	79.993	79.995	79.9959	79.9961	79.9962
G	3.1343	1.3716	0.1301	-0.0055	0.0026	0.00051	0.0002	0.00007

Berdasarkan Tabel 5 terlihat bahwa selisi $\sum_{i=1}^{n}|e_i^{mm}|$ telah konvergen. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter telah konvergen. Selanjutnya Setelah diperoleh paremeter yang resistant terhadap *outlier*, nilai tersebut digunakan pada persamaan $\hat{Y} = X\hat{\alpha}$ sehingga diperoleh nilai taksiran terhadap data hilang diperlihatkan pada Tabel 5 sebagai berikut:

Tabel 6 Nilai dugaan metode Momen

Data	Nilai dugaan
y_{12}	30.81
y_{23}	52.43
y_{31}	56.62
y_{44}	53.92

Berdasarkan nilai dugaan data hilang yang telah diperoleh pada tabel 6, akan dicari ANAVA dengan mengganti nilai data hilang dengan nilai dugaan yang diperoleh dari metode robust.

Tabel 7 Hasil Analisis Variansi dengan penanganan data hilang

Sumber keragaman	Db	JK	KT	F hitung	F tabel
Perlakuan	3	1367.86	455.95	17.03*	3.86
Kelompok	3	68.1	22.7	0.85	3.86
Galat	9	240.98	26.78		
Total	15	1676.94			

Berdasarkan Tabel 7 pengaruh dari perlakuan memiliki $F_{hitung} = 17.03 > F_{tabel} = 3.86$ sehingga H_0 ditolak pada taraf $\alpha = 5\%$, artinya faktor perlakuan mempengaruhi produksi TBS selama 5 bulan (kg/pohon).Sedangkan untuk pengaruh kelompok, diperoleh $F_{Hitung} = 0.83 < F_{tabel} = 3.86$. Sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa H_0 diterima pada taraf $\alpha = 5\%$, artinya Kelompok replika lahan tidak memiliki pengaruh secara signifikan terhadap TBS selama 5 bulan (kg/pohon).

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Penerapan Metode Momen (Estimasi MM) yang digunakan untuk melakukan pendugaan data hilang pada model RAK adalah:
   $\hat{\alpha}^{mm+1} = (X^T W^{mm} X)^{-1} X^T W^{mm} Y$
2. Pada panerapan Metode Momen (Robust MM) digunakan data berupa hasil produksi TBS selama periode 5 bulan (kg/pohon) yang diberikan data hilang/*outlier*. Dalam kasus ini, data *outlier* mempengaruhi pengambilan keputusan pada analisis variansi. Data *outlier* diduga dengan menggunakan metode Momen (Estimasi MM) dan diperoleh bahwa terdapat pengaruh yang signifikan pada perlakuan terhadap hasil produksi TBS selama 5 bulan (kg/pohon).

Berdasarkan bebeapa poin kesimpulan yang telah diuraikan, maka untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan kajian mengenai penerapan metode momen (*Robust* MM) pada beberapa bentuk rancangan lingkungan dan rancangan perlakuan yang teridentifikasi *outlier*.

DAFTAR PUSTAKA

Aziz, A. 2010. Ekonometrika Teori dan Praktek Eksperimen dengan Matlab. Malang: UIN Maliki Press.

Gaspersz, Vincent. 1991. Metode Perancangan Percobaan. Bandung: CV. Amirco.

Ispriyanti, Dwi. 2011. Pemodelan Regresi Untuk Rancangan Percobaan Dua Faktor. Sewindu Statistika,Vol.1:274-291.

Montgomery, Douglas C. 1997. Design and Analysis of Experiments 5th Edition. New York: John Wiley and Sons Inc.

Setiarini, Zuna dan Listyani,Endang. 2017. Analisis Regresi Robust Estimasi-S Menggunakan Pembobot Welsch dan Tukey Bisquare. Jurnal Matematika.Vol 6,No.1.

Susanti, Yuliana., Pratiwi, Hasih., dan Sulistijowati, Sri. 2014. M Estimation, S Estimatian, and MM Estimation in Robust Regression. Internasional Jurnal Pure and Applied Mathematics.Volume 91(3):349-360.

Yutnosumarto, S. 1991. Percobaan Perancangan, Analisis, dan Interpretasinya. Jakarta: PT.Gramedia Pustaka Umum